

CESAR JHOJY YOSHIKAWA

**ESTUDOS DE MODELOS PARA A FORMA DAS BOLHAS
EM UM ESCOAMENTO INTERMITENTE PADRÃO
GOLFADAS.**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre, pelo Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental – Área Mecânica dos Fluidos Computacional, do Setor de Ciências Tecnológicas da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza

Co-Orientador: Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa

CURITIBA

2005

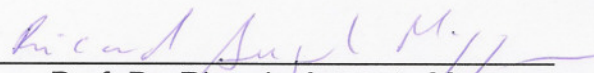
TERMO DE APROVAÇÃO

CESAR JOJOY YOSHIKAWA


**“ESTUDOS DE MODELOS PARA A FORMA DAS BOLHAS EM UM ESCOAMENTO
INTERMITENTE PADRÃO GOLFADAS”.**

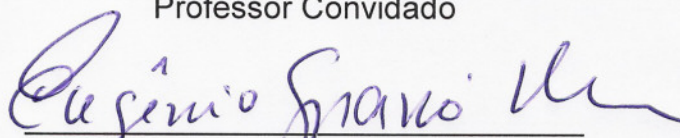
Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela comissão formada pelos professores:

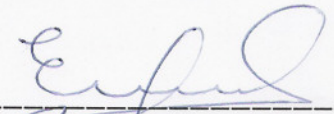
PRESIDENTE



Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza
Universidade Federal do Paraná
Orientador

MEMBROS


Prof. José Roberto Fagundes Netto
CENPES/PETROBRÁS
Professor Convidado


Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa
DE/FEM/UNICAMP
Co-orientador


Prof. Dr. Rigoberto E.M. Morales
Universidade Federal de Educação
Tecnológica do Paraná
Professor Convidado


Prof. Dr. Eloy Kaviski
Universidade Federal do Paraná
PPGERHA

Curitiba, 31 de março de 2006

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor e orientador Ricardo Augusto Mazza, pelo acompanhamento e revisão do estudo, assim como pelas incontáveis ajudas pessoais prestada a minha pessoa.

Ao Prof. Dr. José Junji Ota, que me inseriu na área acadêmica e que me aconselha e auxilia a um longo período.

Meu especial agradecimento aos meus pais, que incentivaram e auxiliaram em diversas formas para a construção deste estudo.

E a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização e divulgação deste trabalho.

Dedico este trabalho à minha esposa
Adriane Beatriz Herdler Yoshizawa, que me
concede várias venturas e alegrias.

*"Faça as coisas o mais simples que você
puder, porém não as mais simples"*

Albert Einstein.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	VI
LISTA DE TABELAS	VIII
LISTA DE SIGLAS	IX
LISTA DE SÍMBOLOS	X
RESUMO	XI
ABSTRACT	XII
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Objetivos.....	4
1.2 Organização do Trabalho.....	5
2 REVISÃO DA LITERATURA	6
3 MODELO DE BOLHAS.....	8
3.1 Modelo Geral.....	8
3.1.1 Análise do fluxo	8
3.1.2 Parâmetros geométricos.....	12
3.1.3 Conservação de massa	14
3.1.4 Conservação da quantidade de movimento	16
3.1.5 Equação do perfil.....	18
3.1.6 Parcelas da equação geral	20
3.2 Modelo de Dukler e Hubbard (1975)	22
3.3 Modelo de Nicholson, Aziz e Gregory (1978)	25
3.4 Modelo de Kokal e Stanislav (1989)	27
3.5 Modelo de Taitel e Barnea (1990).....	29
3.6 Modelo de Fagundes Netto (1999)	32
4 DADOS EXPERIMENTAIS.....	37
4.1 Aparato Laboratorial.....	37
4.2 Tratamento e Análise dos Dados	40
5 MODELO DE SOLUÇÃO NUMÉRICA	42
5.1 Dados de Entrada.....	45
5.2 Coeficiente de Atrito	46
5.3 Equações do Perfil	48
6 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DOS MODELOS	50
6.1 Equacionamento	57

6.2	Passo de Cálculo.....	58
6.3	Velocidade de mistura	60
6.4	Velocidade da Bolha:	62
6.5	Inclinação	69
6.6	Fatores de Atrito	70
7	RESULTADOS	73
8	CONCLUSÕES	82
	GLOSSÁRIO.....	83
	REFERÊNCIAS	86
	APÊNDICES	88

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – ESCOAMENTOS GÁS-LÍQUIDO VERTICAIS.....	2
FIGURA 2 – PASSAGEM DE LÍQUIDO PARA GÁS DENTRO DE UM CONDUTO VERTICAL.....	2
FIGURA 3 – EXEMPLO DE MAPA DE FLUXO PARA ESCOAMENTOS VERTICAIS	3
FIGURA 4 – ESCOAMENTOS GÁS-LÍQUIDO HORIZONTAIS	4
FIGURA 5 – CÉLULA UNITÁRIA EM UM FLUXO INTERMITENTE.....	8
FIGURA 6 – PARÂMETROS NA CÉLULA UNITÁRIA	9
FIGURA 7 – SEÇÃO APRESENTANDO OS VOLUMES DE CONTROLE COM AS FORÇAS ATUANTES	11
FIGURA 8 – SEÇÃO TRANSVERSAL DO DUTO NA REGIÃO DA BOLHA	12
FIGURA 9 – PERFIL DE VELOCIDADE NO PISTÃO LÍQUIDO.....	23
FIGURA 10 – REGIÕES DA BOLHA ESTUDADA POR FN - IMAGEM RETIRADA DO ARTIGO ORIGINAL DO MODELO	32
FIGURA 11 – COMPARATIVO ENTRE O PERFIL ANALÍTICO E EXPERIMENTAL DE FN.....	35
FIGURA 12 – CIRCUITO DE TESTES DO MULTILAB.....	38
FIGURA 13 – PONTOS NO MAPA DE FLUXO	39
FIGURA 14 – FLUXOGRAMA DE FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA	43
FIGURA 15 – PROGRESSO DOS TERMOS AO LONGO DO COMPRIMENTO EM UM ESCOAMENTO HORIZONTAL	51
FIGURA 16 – PROGRESSO DOS TERMOS PRESENTES NO NUMERADOR COM O AUMENTO DA PRESSÃO, A 400 DIÂMETROS DO NARIZ DA BOLHA	53
FIGURA 17 – PROGRESSO DOS TERMOS PRESENTES NO DENOMINADOR COM O AUMENTO DA PRESSÃO, A 400 DIÂMETROS DO NARIZ DA BOLHA.	54
FIGURA 18 – PROGRESSO DOS TERMOS PRESENTES NO NUMERADOR COM O AUMENTO DA PRESSÃO, A 10 DIÂMETROS DO NARIZ DA BOLHA	55
FIGURA 19 – PROGRESSO DOS TERMOS PRESENTES NO DENOMINADOR COM O AUMENTO DA PRESSÃO, A 10 DIÂMETROS DO NARIZ DA BOLHA.	56
FIGURA 20 – PERFIS DE BOLHAS COM DADOS IDÊNTICOS.....	58
FIGURA 21 – SENSIBILIDADE AO PASSO DE CÁLCULO.....	59
FIGURA 22 – PERFIL DA BOLHA PARA $V_M = 1$ M/S, OBTIDAS COM TRÊS COMBINAÇÕES DISTINTAS DE J_L E J_G	61
FIGURA 23 – PERFIL DA BOLHA PARA $V_M = 2$ M/S, OBTIDAS COM TRÊS COMBINAÇÕES DISTINTAS DE J_L E J_G	62

FIGURA 24 – SENSIBILIDADE À VARIÁVEL C_0	64
FIGURA 25 – SENSIBILIDADE À VELOCIDADE DE DESLIZAMENTO UTILIZADA POR CADA MODELO.....	65
FIGURA 26 – SENSIBILIDADE À DIFERENTES INCLINAÇÕES.....	70
FIGURA 27 – VALORES DO FATOR DE ATRITO PARA DIVERSOS REYNOLDS	71
FIGURA 28 – SENSIBILIDADE À CORRELAÇÃO PROPOSTAS PARA O FATORES DE ATRITO.....	72
FIGURA 29 – PERFIL PARA A BOLHA OBTIDO EXPERIMENTALMENTE PARA BOLHAS DE DIFERENTES TAMANHOS E DIFERENTES VELOCIDADES SUPERFICIAIS.	74
FIGURA 30 – RESULTADOS PARA A@W 033 067	74
FIGURA 31 – RESULTADOS PARA A@W 033 133	75
FIGURA 32 – RESULTADOS PARA A@W 033 167	75
FIGURA 33 – RESULTADOS PARA A@W 050 050	76
FIGURA 34 – RESULTADOS PARA A@W 067 133	76
FIGURA 35 – RESULTADOS PARA A@G 033 067	77
FIGURA 36 – RESULTADOS PARA A@G 033 133	78
FIGURA 37 – RESULTADOS PARA A@G 033 167	78
FIGURA 38 – RESULTADOS PARA A@G 050 050	78
FIGURA 39 – RESULTADOS PARA A@G 067 133	79
FIGURA 40 – RESULTADOS PARA A@W 033 167 – COM PARÂMETROS DOS MODELOS	80
FIGURA 41 – RESULTADOS PARA A@G 033 167 – COM PARÂMETROS DOS MODELOS	80
FIGURA 42 – RESULTADOS PARA A@W 033 167 – COM $C_0 = 1,2$	81
FIGURA 43 – RESULTADOS PARA A@G 033 167 – COM $C_0 = 1,54$	81

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – MATRIZ DE VELOCIDADES DAS MISTURAS	38
TABELA 2 – MATRIZ DE TESTE PARA AS MISTURAS	40
TABELA 3 – DADOS DE ENTRADA DOS MODELOS	45
TABELA 4 – COEFICIENTES DE ATRITO DOS MODELOS	47
TABELA 5 – PARCELAS DA EQUAÇÃO DOS MODELOS	48
TABELA 6 – COMPARAÇÃO ENTRE FRAÇÃO DE LÍQUIDO NA REGIÃO DE EQUILÍBRIO PARA DIVERSAS CONFIGURAÇÕES	68
TABELA 7 – GRADE DE PONTOS PARA A COMPARAÇÃO DOS PERFIS MODELO-EXPERIMENTAL	73

LISTA DE SIGLAS

A@G	- Air at Glycerin, refere-se a combinação de ar ordinário e solução aquosa;
A@O	- Air at Oil, refere-se a combinação de ar e óleo;
A@W	– Air at Water, refere-se a combinação de ar ordinário e água nos testes;
DH	– Dukler e Hubbard (1975);
FN	– Fagundes Netto (1999);
KS	– Kokal e Stanislav (1989);
NAG	– Nicholson et al (1978);
TB	– Taitel e Barnea (1990);
UFPR	– Universidade Federal do Paraná;
UNICAMP	– Universidade Estadual de Campinas.

LISTA DE SÍMBOLOS

A	- Área da seção transversal do duto	[m ²]
A_L	- Área ocupada pelo líquido	[m ²]
A_G	- Área ocupada pelo gás	[m ²]
B	- Variável auxiliar de cálculo usada no modelo de Dukler e Hubbard	[-]
C, C_0	-Parâmetro de distribuição de velocidade	[-]
CG	- Distância da superfície do líquido até o centro de gravidade	[m]
D	- Diâmetro do conduto	[m]
D_L	- Diâmetro hidráulico da fase líquida	[m]
D_G	- Diâmetro hidráulico da fase gasosa	[m]
f	- Coeficiente de atrito	[-]
F_R	- Número de Froude	[-]
g	- Aceleração da gravidade	[m/s ²]
h_f	- Altura/espessura do filme líquido	[m]
l_B	- Comprimento da bolha	[m]
l_S	- Comprimento do pistão de líquido	[m]
m	- Fluxo de massa	[kg/s]
r	- Raio do Conduto	[m]
Re	- Número de Reynolds	[-]
R_f	- Fração da área líquida na seção transversal	[-]
R_G	- Fração da área gasosa na seção transversal	[-]
R_S	- Fração da área líquida do pistão	[-]
S	- Perímetro da seção transversal do duto	[m]
S_L	- Perímetro de contato do líquido com a parede do duto	[m]
S_G	- Perímetro de contato do gás com a parede do duto	[m]
S_I	- Perímetro de contato do gás com o líquido	[m]
U	- Velocidade relativa	[m/s]
U_R	- Velocidade relativa do filme ponderado pela fração de líquido	[m/s]
J	- Velocidade superficial	[m/s]
V_b	- Velocidade das pequenas bolhas presente no pistão	[m/s]
V_f	- Velocidade do líquido abaixo da bolha	[m/s]
V_G	- Velocidade do gás	[m/s]
V_M	- Velocidade da mistura	[m/s]
V_S	- Velocidade do pistão de líquido	[m/s]
V_t	- Velocidade do nariz da bolha	[m/s]
V_∞	- Velocidade do líquido em uma região bem afastada do nariz	[m/s]
x_f	- Distância	[m]

Letras Gregas

β	- Inclinação da tubulação	[rad]
μ	- Viscosidade dinâmica	[Pa.s]
ρ	- Massa específica	[kg/m ³]
σ	- Tensão superficial	[N/m]
τ	- Tensão de cisalhamento	[N/m ²]
θ	- Ângulo interno	[rad]
ε	- Rugosidade do conduto	[m]

RESUMO

A forma geométrica para uma bolha de Taylor em um escoamento bifásico padrão pistonado intermitente em tubulações horizontais ou levemente inclinadas é investigado. A partir das equações de conservação de quantidade de movimento para o gás e o líquido escrita na forma unidimensional, uma equação diferencial para a variação da altura do filme e/ou da fração de líquido no filme é obtida e resolvida numericamente. A equação resultante representa o balanço de forças que contabiliza as forças devido as tensões de cisalhamento do líquido e do gás e da interface, da inércia do líquido e do gás, da variação de pressão hidrostática devido a variação da altura do filme e da ação gravitacional, caso a tubulação não seja horizontal. A equação resultante é comparada com modelos propostos na literatura, sendo reduzida a esses caso as simplificações impostas para cada modelo seja aplicada. Uma análise da influência de cada termo que compõem a equação é realizada para se verificar a importância de cada termo no formato da bolha, sendo obtido que os termos mais importantes são os referentes ao líquido (inércia, hidrostática e tensão). Os resultados obtidos com os modelos para a forma geométrica da bolha são comparados contra dados experimentais obtidos para dois pares de fluido distintos, sendo um composto por água e ar e o outro por uma mistura de água e glicerina (de viscosidade $2,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$) e ar. A análise dos dados experimentais mostrou que a forma da bolha só depende da velocidade de mistura das fases, não dependendo das velocidades superficiais de cada fase individualmente. A capacidade de previsão dos modelos se mostrou muito sensível a velocidade da bolha. Excetuando-se alguns casos em particular, os modelos apresentaram a mesma capacidade preditiva não havendo diferenças significativas entre eles.

Palavras chaves:

Escoamento bifásico, escoamento intermitente, modelo de bolha, forma da bolha, hold up de líquido no filme.

ABSTRACT

The geometric form for Taylor's bubble in two-phase slug flow in horizontal and near horizontal pipes is investigated. Using the integral form of the mass and momentum conservation equations of each phase, a differential equation for liquid height and/or liquid fraction in the film region is obtained and solved numerically. This equation represents the balance between the forces due to: shear stress in the wall and the gas-liquid interface, the liquid and gas inertia, the hydrostatic pressure caused by liquid height variation and due to gravitational forces, if the tube is non horizontal. The resulted equation reduces to other models proposed in the literature if the corresponding simplifications are applied. An analysis of the influence on the bubble shape of each term in the derived equation is performed, showing that the most important terms are those related to the liquid phase (inertia, pressure and shear stress). The results for the studied models are compared with experimental data obtained for two pairs of fluid. One pair is composed by water and air and the other one is composed by a mixture of water and glycerin (with viscosity $2,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$) and air. The experimental result shows that the bubble shape depends only of phase mixture velocity, independently of surface velocity of each phase. Numerical analysis shows that bubble velocity is determinant in models prevision capacity. All models predict well the bubble shapes for most of the tested cases, with no significant difference between them.

Key words:

Two-phase flow; slug flow, bubble model, bubble shape, liquid holdup in the film.

1 INTRODUÇÃO

O termo escoamento multifásico é utilizado para referir a qualquer fluxo que apresenta mais de uma fase ou componente escoando simultaneamente. Excluem-se deste tipo de escoamento aqueles em que a separação dos componentes está próxima do molecular ou que estão muito bem misturados, não possuindo uma presença bem definida. Esses escoamentos aparecem tanto em processos industriais quanto na natureza. Estão presentes no clima e no meio ambiente, como a chuva, a neve, deslizamentos, avalanches, transporte de sedimentos em rios entre outros fenômenos da natureza. Os processos tecnológicos também lidam com esse tipo de escoamento. Pode-se citar a cavitação de turbinas e bombas hidráulicas, processos de fabricação de papel e plástico e também na indústria energética e de petróleo. Estes escoamentos também podem ser encontrados na agricultura, com transporte de grãos, e aspersão de líquidos no ar como venenos e aerossóis ou na mineração e na usinagem de xisto, carvão, ferro, cobre, etc.; e em processos biomédicos como o fluxo do sangue e secreções.

Estes escoamentos já estão sendo estudados há mais de um século, mas ainda não são completamente entendidos e não se tem um equacionamento preciso. Devido ao seu vasto espectro de fenômenos físicos e interação entre fases, as pesquisas são realizadas em pequenos tópicos, que se demonstram bem distintos entre si, mas possuem uma semelhança: uma alta complexidade (Brennen 2005).

Dentro dos escoamentos multifásicos, denomina-se um fluxo com apenas duas fases distintas, tanto homogêneas como heterogêneas, como escoamento bifásico. Este trabalho trata somente de escoamentos bifásicos líquido e gás. O arranjo padrão, ou distribuição espacial das fases, para o escoamento gás líquido em tubos depende da densidade, viscosidade, tensão superficial e velocidade de seus componentes e pela rugosidade e posição do tubo relativa a aceleração da gravidade.

A Figura 1 representa esquematicamente os arranjos das fases gás-líquido no escoamento vertical ascendente. São reconhecidos pelos menos cinco padrões distintos: bolhas dispersas (bubbly), golfadas (slug), agitado (churn), anular e gotas dispersas (mist flow).

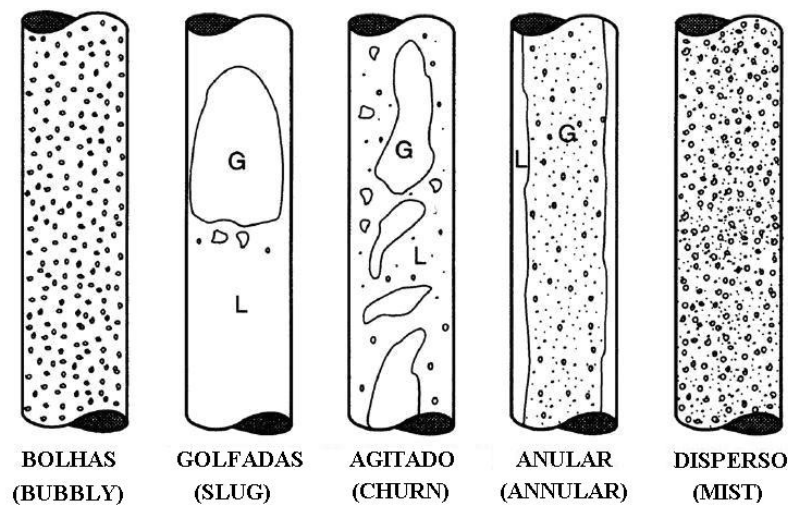


Figura 1 – Escoamentos gás-líquido verticais

A presença desses escoamentos pode ocorrer dentro de um mesmo conduto, dependendo da situação. Um exemplo é a geração de vapor em termoeletricas que ocorre em condutos verticais, tanto em usinas a carvão, óleo ou nuclear. Pela adição de calor a água passa do estado líquido para a fase gasosa no mesmo tubo conforme seque a representação da Figura 2.

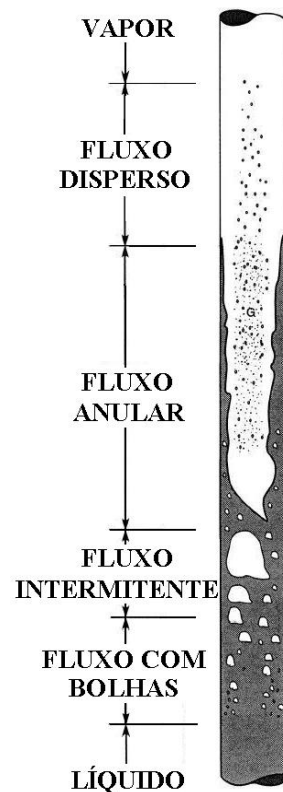


Figura 2 – Passagem de líquido para gás dentro de um conduto vertical

Mas ao contrário do que se observa na Figura 3, a transição entre os tipos de escoamento não são bem definidas. Existe uma região onde a classificação como um ou outro padrão se torna duvidosa. A Figura 3 mostra um exemplo de mapa de fluxo para um escoamento vertical. Influenciam neste mapa o diâmetro e a rugosidade do conduto, as densidades dos fluidos e principalmente as viscosidades e as velocidades dos componentes do escoamento.

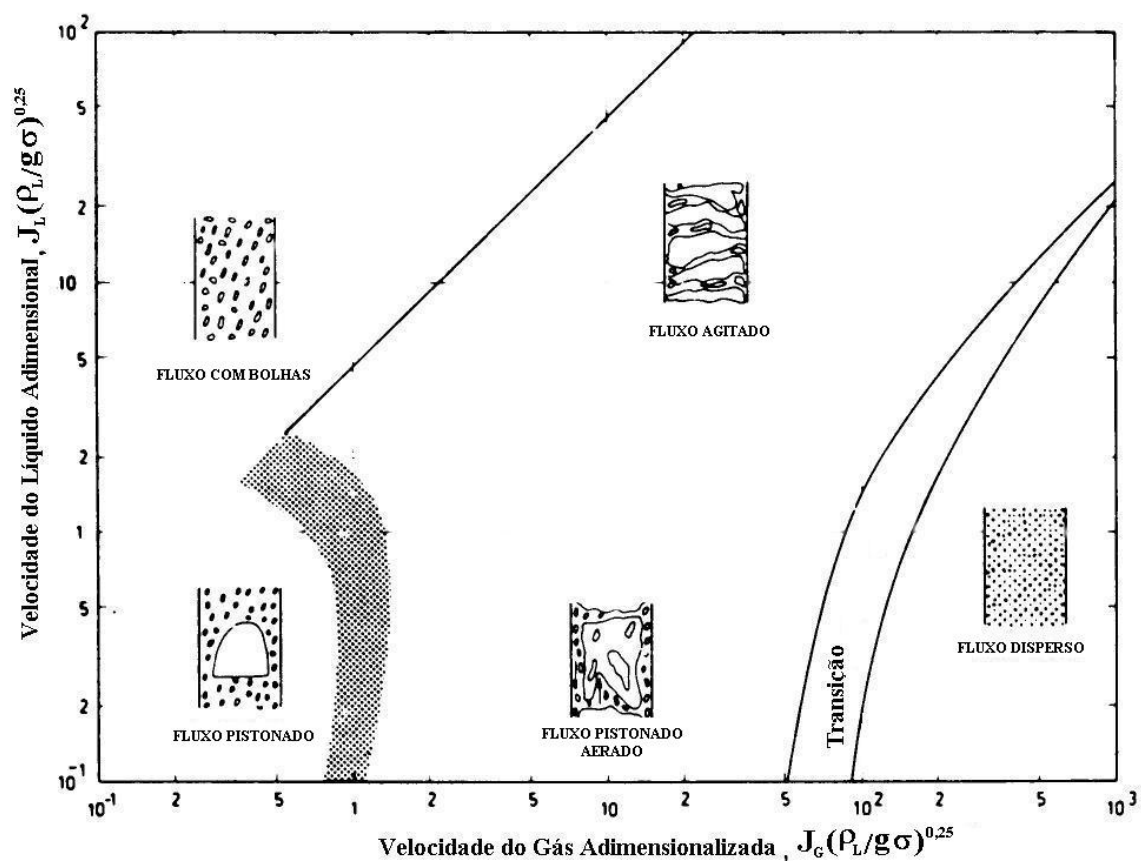


Figura 3 – Exemplo de mapa de fluxo para escoamentos verticais

Já no escoamento horizontal, as forças gravitacionais deslocam a bolha para o topo da tubulação. Com baixas vazões de líquido e gás, um fluxo suave (Stratified) ou ondular (Wavy) são observados. Com o aumento da vazão de gás, forma-se um escoamento gradativamente mais ondulado. Quando elas tocam a parte superior do tubo, acabam aprisionando uma bolsa de gás. Se a velocidade do fluxo é inferior ao desses vazios, estas coalescem e formam bolhas maiores, transformando-se no padrão intermitente, podendo ser aerado. Já para ambas as velocidades elevadas, um fluxo anular (annular), ou de pequenas bolhas dispersas (disperse) é esperado, conforme ilustrado na Figura 4.

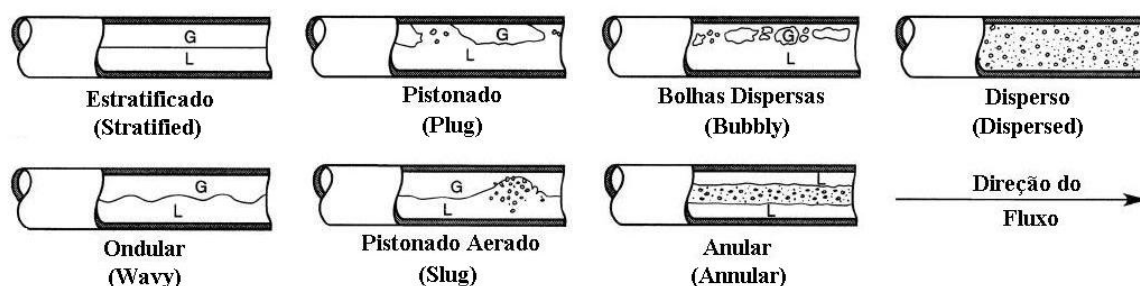


Figura 4 – Escoamentos gás-líquido horizontais

Dentre os possíveis arranjos das fases gás e líquido nos escoamentos bifásicos, este trabalho analisa somente o arranjo em golfadas ou intermitentes. Este é constituído por um pistão de líquido seguido por uma bolha de gás alongada.

Sua principal característica é a sua não continuidade e irregularidade, onde as bolhas e os pistões não ocorrem com tamanho e periodicidade definidas. Existem também, interações cinemáticas e dinâmicas entre as sucessivas bolhas e pistões que introduzem flutuações de forma e velocidade.

A fim de compreender o hidrodinâmica de um fluxo tão complexo, a primeira etapa é estudar bolhas isoladas para posteriormente poder acoplá-las a um modelo de fluxo mais completo. Melhorando assim a segurança e a confiança nos sistemas onde ocorrem este tipo de escoamentos através do desenvolvimento de modelos analíticos e numéricos mais precisos e confiáveis.

1.1 OBJETIVOS

Como os modelos a serem analisados partem de uma mesma premissa, é possível descrevê-los de forma similar para expor suas diferenças. Almeja-se, então, entender e exprimir em uma única equação os modelos existentes de perfis de bolhas.

Reproduzindo os modelos desde seus princípios, e fazendo uma análise completa de sua dedução, pode-se interpretar melhor o funcionamento dos modelos. Com um discernimento dos termos que compõem a equação do perfil da bolha, a observação da dedução e dos efeitos que cada parcela tem sobre o perfil se tornam mais evidente.

Também podem ser comparados todos os modelos estudados com dados obtidos experimentalmente, a fim de qualificar a atuação de cada modelo perante um escoamento

previamente conhecido. Pode-se assim, indicar todas as restrições e confrontos, como também, melhorar e recomendar novos usos e estudos para os modelos.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Segue-se no capítulo seguinte uma breve introdução a alguns modelos de bolhas existentes, descrevendo-os sucintamente. Então, no capítulo 3 é realizada uma análise física matemática do escoamento, chegando a uma equação que descreve o perfil da bolha. Somente então os cinco modelos de bolhas são descritos de forma detalhadas e suas peculiaridade estudadas.

No capítulo 4 segue uma análise do aparato laboratorial utilizado na aquisição dos dados experimentais, que são utilizados posteriormente no capítulo 7 para um comparativo com os resultados obtidos pelos modelos descritos no capítulo 4.

O capítulo 5 descreve o algoritmo implementado para a solução dos modelos propostos. Que é utilizado no capítulo 6 para uma análise do comportamento dos modelos frente a diversos tipos de configurações.

Finalmente expõe-se algumas conclusões no capítulo 8.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Os estudos com modelos de bolhas começaram com Dukler e Hubbard (1975) e posteriormente foi utilizada por diversos outros autores. Esse foi o primeiro modelo unidimensional prescrito. Tem como principal objetivo a determinação a queda de pressão, sendo que para isso é necessário determinar antes a fração de líquido da bolha. Ele não considera a tensão interfacial entre fluidos, tratando o escoamento como um escoamento em um canal aberto. Este modelo também prevê as velocidades da bolha, do nariz da bolha, do filme; o comprimento da bolha, a altura do filme abaixo da bolha e a forma da superfície da região do filme, apenas com as vazões mássicas e demais dados característicos dos fluidos. No estudo, os autores consideraram que houve uma boa concordância dos resultados de seu modelo com os resultados experimentais. Infelizmente, devido as aproximações e considerações utilizadas pelos autores, esse modelo só é confiável em uma faixa restrita de vazões, quando o número de Reynolds se encontra entre 30.000 e 400.000.

Nicholson et Al. (1978) analisaram e modificaram o modelo proposto por Dukler e Hubbard (1975) de forma a permitir sua utilização em todas as faixas de vazões. Separaram a velocidade da mistura da velocidade do pistão de líquido, utilizando correlações empíricas para a sua obtenção.

Também utilizando a metodologia de Dukler e Hubbar (1975), Kokal e Stanislav (1989) estudaram a queda de pressão e a fração de vazio da bolha como variáveis dependentes das características do fluxo. Adicionaram a tensão interfacial à formulação, onde os testes com condutos inclinados mostraram boa concordância com os dados numéricos.

Taitel e Barnea (1990) refizeram o estudo procurando equacionar a queda de pressão. Mostraram que existem mais condições que contribuem à perda de energia, e realizaram análises de conservação de momento do filme líquido e da bolha. Com isso, inseriram a tensão entre o gás e a parede do conduto no modelo. Afirmaram também que para encontrar a fração média de vazio da célula unitária não é necessário calcular o perfil completo da bolha.

Já Fagundes Netto (1999) apresentou um estudo teórico e experimental da forma de bolhas longas individuais. Esclareceu a importância do número de Froude para melhor definir limites entre tipos de escoamento diferentes. Também fez uma análise separando a

bolha em quatro partes: o nariz, o corpo, o ressalto hidráulico e a cauda. Estudando cada uma das partes separadamente formulou novas equações para o perfil da bolha. Afirmou também que os códigos que auxiliam a previsão da fração de vazio tendem a superestimar a fração de gás na região da bolha.

Nädler e Mewes (1995) discutiram o efeito da viscosidade do líquido no escoamento pistonado em condutos horizontais. Fizeram um estudo utilizando óleos com viscosidade variando entre 14 a 37 mPa.s e água. Variando as velocidades superficiais do líquido e do ar entre 0,15 a 1,5 m/s e 0,1 a 13,5 m/s respectivamente, encontrou diferença significativa na distribuição entre líquidos e gases. Concluindo que o aumento da viscosidade há um aumento na altura média do filme líquido, um aumento no comprimento da bolha e um aumento de volume do pistão líquido.

Estudos sobre a viscosidade seguiram com Furkawa e Fukano (2001) que realizaram testes com condutos verticais utilizando água e a ¹ e água e solução aquosa de glicerina². Com uma numerosa quantidade de sensores, no total de 70 pares de sondas, conseguiram obter dados com uma grande resolução tempo espacial. Sugeriram então o desenvolvimento de mapas de fluxos para cada combinação de fluido, afirmando que estes são fortemente dependentes da viscosidade do líquido.

Rosa (2002) estudou o efeito da viscosidade nas estruturas de um escoamento intermitente pistonado. Utilizando A@W e A@G, conseguiu fazer importantes comparativos entre eles. Observaram que a velocidade de Deslizamento eram nulas para ambas combinações e que para um fluxo de líquido com viscosidade maior, existe uma redução no tamanho da bolha. E que a fração de gás na região da bolha, assim como a frequência das células são inversamente proporcionais ao aumento da viscosidade.

Como este estudo se baseia nos modelos de bolhas, os modelos analisados nesta dissertação foram minuciosamente examinados no capítulo seguinte, sendo eles: Dukler e Hubbard (1975), Nicholson et al. (1978), Kokal e Stanislav (1989), Taitel e Barnea (1990) e Fagundes Netto (1999). Todos esses modelos se destinam a prever a perda de carga ocasionada pela bolha no escoamento, mas apesar de não terem como meta principal a determinação do perfil, tem excelentes recursos para isso.

¹ – A partir deste ponto a combinação de ar e água nos escoamentos será referida por A@W

² – A partir deste ponto a combinação de ar e solução aquosa de glicerina será referida por A@G

3 MODELO DE BOLHAS

Todas as análises da forma da bolha, aqui apresentados, têm abordagem unidimensional ao longo do comprimento do conduto e consideram uma única bolha isolada em um escoamento permanente, sem nenhuma interação entre bolhas ou com influência de uma bolha sobre a outra. Utilizando o conceito de célula unitária definida por Wallis (1969) e com suposições e análises muito próximos, os modelos se assemelham, de forma que podem ser gerados a partir de simplificações em um equacionamento mais completo. Neste intuito uma análise é realizada sobre o corpo da bolha, com o mínimo de simplificações possíveis.

3.1 MODELO GERAL

De forma geral, o equacionamento dos modelos se dá pela análise da conservação de massa e de quantidade de movimento sobre o escoamento. Mas antes de se fazer um estudo das equações é necessário entender os conceitos e os componentes do escoamento.

Dentro deste estudo, considera-se o pistão de líquido não aerado e sem influência para o formato do filme líquido.

3.1.1 Análise do fluxo

Em um escoamento intermitente pistonado existem diversas bolhas, que podem ter tamanhos, pressões, velocidades e características diferentes. A análise é feita para um único instante de tempo e é válido para qualquer outro instante em um fluxo permanente. Assim é possível separar o fluxo em partes para um estudo puramente dimensional, como mostra a Figura 5. Este é o sustentáculo do conceito de célula unitária.

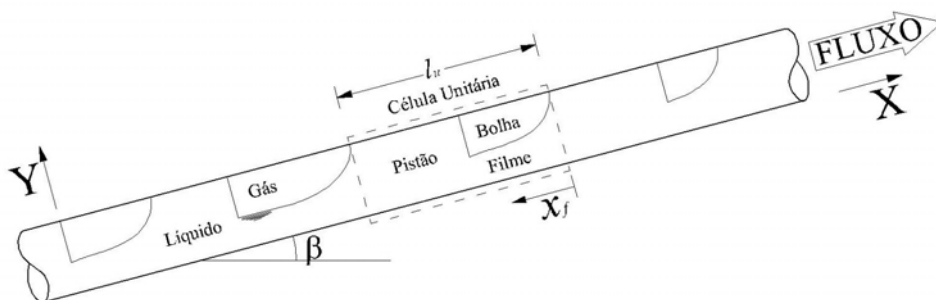


Figura 5 – Célula unitária em um fluxo intermitente

A célula unitária é, então, usada para definir as condições iniciais e de contorno para o equacionamento do perfil da bolha. Na Figura 6 é possível ver a unidade do fluxo intermitente de comprimento “ l_u ”, que é composta por um filme líquido de comprimento “ l_b ” seguido de um pistão de líquido de comprimento “ l_s ”. Onde o pistão de líquido escoar ao longo do conduto, precedido e sucedido por um filme líquido que possui uma superfície de interação com o gás.

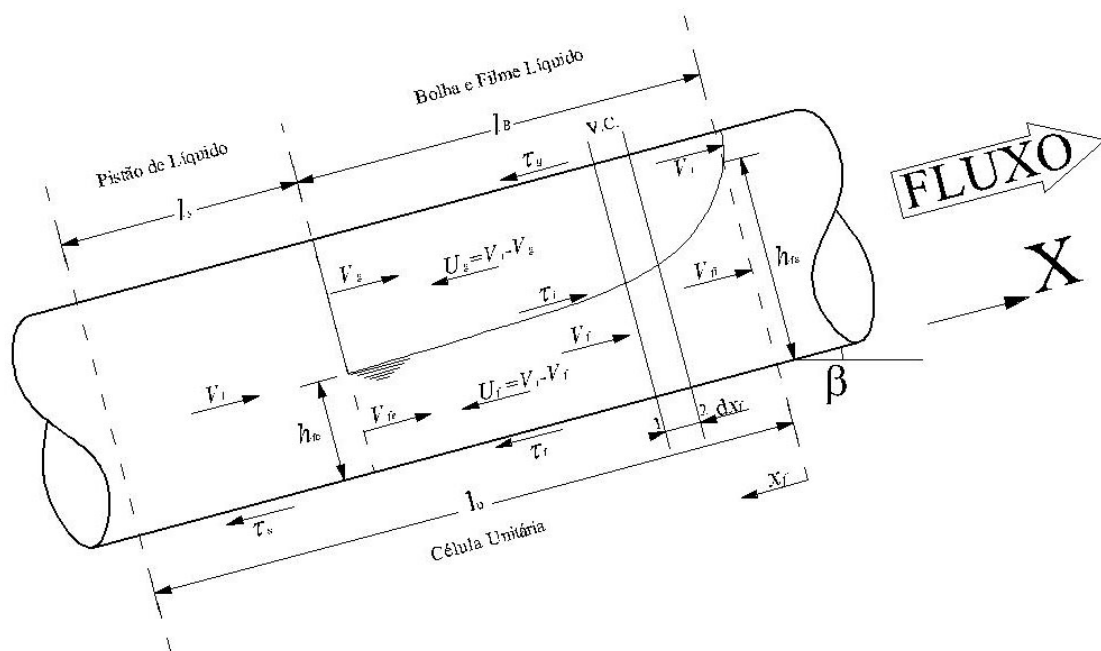


Figura 6 – Parâmetros na Célula Unitária

No filme líquido não há presenças de bolhas, entretanto, no pistão de líquido podem existir bolhas dispersas, dependendo da velocidade dos fluidos e da turbulência do escoamento. Esse pistão é acelerado até uma velocidade média estável “ V_s ” que pode não ter o mesmo valor que a velocidade das bolhas nele dispersas “ V_b ”, somente assume-se que essas duas velocidades são iguais quando o escoamento é horizontal.

As análises para se determinar o filme são concentradas na região da bolha, uma vez que no pistão não aerado o fluxo é considerado homogêneo e de comportamento bem definido. A velocidade da bolha “ V_b ”, geralmente é superior a velocidade do pistão de líquido, causando assim um deslocamento da bolha sobre o pistão. Segundo Dukler e Hubbard (1975), a velocidade do líquido sofre uma desaceleração brusca quando passa do filme para o pistão. Existe então uma velocidade relativa do filme e a bolha, causando uma tensão interfacial entre os dois fluidos. Onde as velocidades ao longo do filme “ V_f ” e do gás na bolha “ V_g ” variam em função da altura do filme.

O conceito de célula unitária propõe que o volume de controle se movimenta com a velocidade baseada em um referencial. Neste estudo, impõe-se que a célula viaje com a mesma velocidade do nariz da bolha “ V_t ”, também chamada de velocidade de translação por Taitel e Barnea (1990). Logo toda a análise é realizada sobre velocidades relativas à velocidade da bolha, com a velocidade relativa do filme “ U_f ” e a velocidade relativa do gás “ U_G ”, determinadas por:

$$U_f = V_t - V_f ; \quad (3.1)$$

$$U_G = V_t - V_G . \quad (3.2)$$

Outras velocidades presentes no escoamento são as velocidades superficiais do líquido e do gás, nomeados “ J_L ” e “ J_G ” respectivamente, que são as velocidades que os fluidos teriam se escoassem a seção plena, descritas por:

$$J_L = \frac{Q_L}{A} ; \quad (3.3)$$

$$J_G = \frac{Q_G}{A} . \quad (3.4)$$

Onde “ Q_L ” e “ Q_G ” é a vazão do líquido e do gás respectivamente, sendo sua soma denominada velocidade da mistura “ V_M ”, indicada por:

$$V_M = J_L + J_G . \quad (3.5)$$

Para o equacionamento são utilizados dois pequenos volumes de controle, um para o gás e outro para o líquido. Ambos localizados na mesma seção e com espessura “ dx_f ”, como mostrado na Figura 7. Em uma análise mais detalhada nos volumes de controle, observa-se que a variação da altura do líquido é contrária a do gás, e que possuem o mesmo valor. Os esforços atuantes no escoamento podem ser definidos como forças gravitacionais “ F_g ”, forças hidrostáticas “ F_p ” e tensões de cisalhamento “ τ ”.

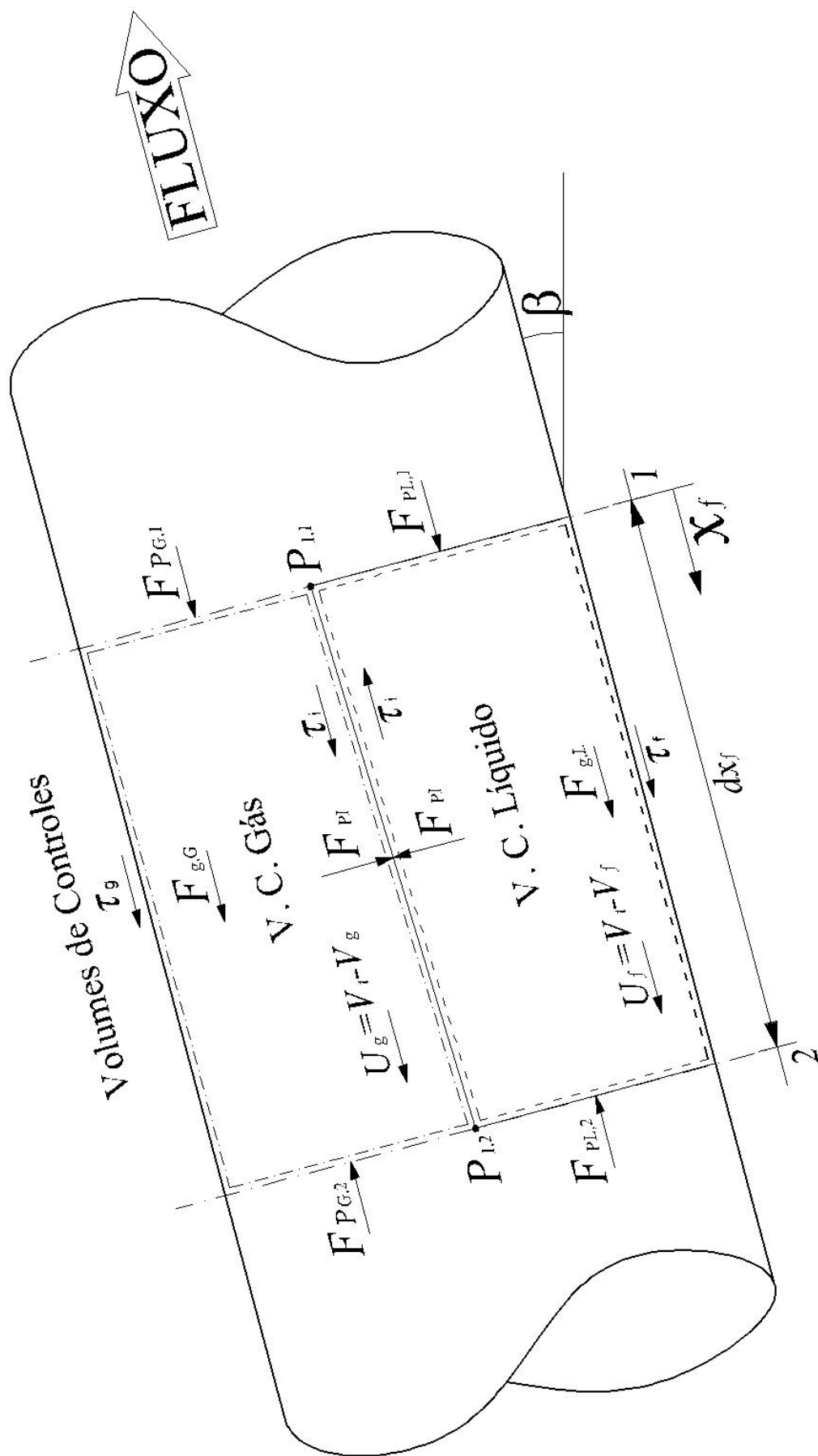


Figura 7 – Seção apresentando os volumes de controle com as forças atuantes

3.1.2 Parâmetros geométricos

Observando uma seção transversal do escoamento, como mostrado na Figura 8, podem-se obter relações geométricas necessárias ao estudo dos modelos. Deve-se frisar que em uma situação real, a superfície interfacial apresenta uma curvatura devido à ação da tensão superficial sobre as paredes do conduto, entretanto essa curvatura pode ser desprezada e considerada como uma superfície plana. A não adoção dessa simplificação dificulta o equacionamento e se demonstra pouco relevante perante sua aproximação, conforme Fagundes Netto (1999).

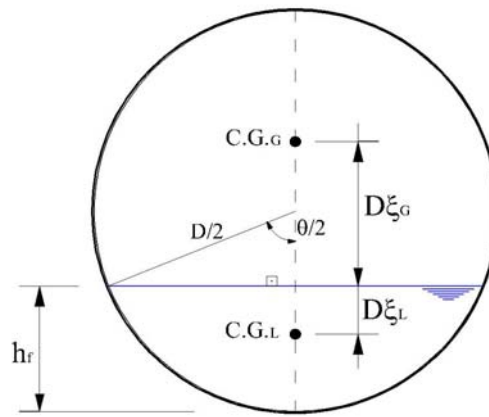


Figura 8 – Seção transversal do duto na região da bolha

Nesta geometria, a parâmetro chave para os cálculos é o ângulo interno “ θ ” que se faz presente em praticamente toda a formulação utilizada a seguir. Ele pode ser calculado através da altura de filme da seção “ h_f ”, dada por:

$$h_f = \frac{D}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]. \quad (3.6)$$

Ou

$$\theta = 2 \arccos \left[1 - \frac{2h_f}{D} \right]. \quad (3.7)$$

O perímetro do líquido “ S_L ” e o perímetro do gás “ S_G ” podem ser calculados com uma relação direta entre ângulo interno e o diâmetro. Já o perímetro interfacial “ S_I ” é relacionado com o seno da metade do ângulo interno, ou seja:

$$S_L = \frac{\theta D}{2} ; \quad (3.8)$$

$$S_G = (2\pi - \theta) \frac{D}{2} ; \quad (3.9)$$

$$S_I = D \sin \frac{\theta}{2} . \quad (3.10)$$

A área ocupada pelo líquido “ A_L ” pode ser encontrada através do setor circular formado pelo ângulo interno somado a região triangular quando a altura de filme está acima da meia seção ou subtraído quando o nível da água está abaixo do ponto central do conduto. A área ocupada pelo gás “ A_G ” é complementar a área ocupada pelo líquido, e ambas podem ser escritas utilizando uma relação entre a área do líquido e a área total do conduto, chamada de fração de líquido (*liquid holdup*) “ R_f ”:

$$A_L = R_f A = \frac{D^2}{8} (\theta - \sin \theta) ; \quad (3.11)$$

$$A_G = (1 - R_f) A = \frac{D^2}{8} [2\pi - \theta + \sin \theta] . \quad (3.12)$$

Que conduz a:

$$R_f = \frac{\theta - \sin \theta}{2\pi} . \quad (3.13)$$

Assim, pode-se escrever uma relação entre as variações da altura de filme e da fração de líquido, descrita por:

$$\frac{\partial R_f}{\partial h_f} = \frac{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2\pi} . \quad (3.14)$$

Outros parâmetros necessários para os cálculos é a altura da superfície líquida até o centro de gravidade da área ocupada pelo fluido. Esta distância é utilizada para calcular a pressão hidrostática atuante nos volumes de controle e podem ser definidos como:

$$D\xi_L = D \left[-\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{1}{3\pi R_f} \sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (3.15)$$

$$D\xi_G = D \left[-\frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi-\theta}{2}\right) + \frac{1}{3\pi R_f} \sin^3\left(\frac{2\pi-\theta}{2}\right) \right] = D \left[\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{1}{3\pi R_f} \sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (3.16)$$

3.1.3 Conservação de massa

As análises começam com o estudo da conservação de massa dentro do volume de controle do filme líquido abaixo da bolha, tendo como equação básica:

$$\frac{\partial R_f}{\partial t} + \frac{\partial (R_f U_f)}{\partial x_f} = 0 , \quad (3.17)$$

onde R_f é a fração de líquido na seção e U_f é a velocidade relativa do líquido no filme em relação ao nariz da bolha.

Em um sistema se movimento com a velocidade do referencial o escoamento é permanente, logo o termo transiente não existe. Então a equação da conservação de massa se torna:

$$\frac{\partial (R_f U_f)}{\partial x_f} = 0 . \quad (3.18)$$

Fazendo um balanço de massa para o conjunto gás-líquido com um referencial inercial, pode-se escrever que:

$$V_M = J_L + J_G = V_S R_S + V_b (1 - R_S) , \quad (3.19)$$

onde a velocidade de mistura “ V_M ” é determinada pela velocidade do líquido no pistão “ V_S ”, pela velocidade das pequenas bolhas dispersas no pistão “ V_b ” e pela fração de líquido no pistão “ R_S ”.

A partir da velocidade da mistura é possível fazer uma relação empírica para a velocidade da bolha “ V_t ” através de uma constante “ C_0 ” e uma velocidade aparente “ V_d ”, chamada também de velocidade de deslizamento. Cada modelo considera a particularidade do calculo dessas variáveis, podendo ser escrita genericamente como:

$$V_t = C_0 V_M + V_d ; \quad (3.20)$$

Da mesma forma, para as bolhas dispersas no pistão líquido, coma constante “ B_0 ” e uma velocidade aparente “ V_0 ”:

$$V_b = B_0 V_M + V_0 . \quad (3.21)$$

Uma observação importante é que as bolhas presentes no pistão não se deslocam para o filme, sendo que o filme líquido é, geralmente, não aerado. Em compensação as bolhas presentes no pistão influenciam no equacionamento da velocidade do gás no interior da bolha.

Ainda com a análise do balanço de massa para o filme líquido, encontra-se:

$$(V_f - V_t) R_f = (V_S - V_t) R_S . \quad (3.22)$$

Que resulta em uma equação para a velocidade do filme:

$$V_f = V_t - (V_t - V_S) \frac{R_S}{R_f} . \quad (3.23)$$

Analogamente para o gás:

$$V_G = V_t - (V_t - V_b) \frac{(1 - R_s)}{(1 - R_f)} . \quad (3.24)$$

O que pode ser escritos na forma de velocidades relativas em relação ao nariz da bolha:

$$U_f = V_t - V_f = (V_t - V_s) \frac{R_s}{R_f} ; \quad (3.25)$$

$$U_G = V_t - V_G = (V_t - V_b) \frac{(1 - R_s)}{(1 - R_f)} . \quad (3.26)$$

3.1.4 Conservação da quantidade de movimento

A análise da conservação da quantidade de movimento é feita primeiramente sobre o filme líquido. Sobre o gás, é feito com o intuito de determinar a variação pressão sobre o líquido. Para um estudo mais aprofundado as parcelas relativas a cada força na equação serão estudadas individualmente para posteriormente agregá-las em uma única equação.

Para a dedução da equação, faz-se uma análise diferencial do fluxo da quantidade de movimento dentro dos volumes de controle, apresentado na Figura 7, tendo como referencial a seção média entre os pontos 1 e 2. Onde pode-se escrever a equação como:

$$\sum F_x = \left\langle \dot{m}_k \left(U_k - \frac{1}{2} \partial U_k \right) \right\rangle_2 - \left\langle \dot{m}_k \left(U_k + \frac{1}{2} \partial U_k \right) \right\rangle_1 , \quad (3.27)$$

onde “ \dot{m} ” é o fluxo de massa e o índice “k” refere-se tanto ao gás quanto ao líquido.

O termo transiente inexistente devido a natureza não inercial do volume de controle, onde o referencial acompanha a bolha, deslocando o volume de controle com velocidade “ V_t ”. Deve-se observar também que devido à inclinação do filme líquido, a pressão hidrostática na interface “ P_i ” que induz uma força perpendicular à superfície, contribui com uma parcela na direção do fluxo, conforme apresentado na Figura 7. Essa parcela

pode ser calculada pelo produto da pressão na interface com a projeção da área da interface no sentido perpendicular ao fluxo, ou seja:

$$F_{Px} = (P_I) A \partial R_f. \quad (3.28)$$

A pressão interfacial também pode ser utilizada para se determinar a parcela de pressão da seção do líquido e do gás, somando-a com a pressão hidrostática devido à coluna de líquido/gás, representada por:

$$P_L = P_I + \rho_L g \cos(\beta) \xi_L D, \quad (3.29)$$

$$P_G = P_I - \rho_L g \cos(\beta) \xi_G D, \quad (3.30)$$

Considerando que as características físicas, como massa específica e a viscosidade, não variam ao longo do escoamento, pode-se escrever a equação (3.27), para o filme líquido, como:

$$\begin{aligned} \tau_I S_I \partial x_f - \tau_f S_f \partial x_f - \rho_L g \sin(\beta) A R_f \partial x_f - (P_I) A \partial R_f + \rho_L A R_f U_f \partial U_f + \\ + A \left(R_f + \frac{\partial R_f}{2} \right) \left(P_L + \frac{\partial P_L}{2} \right) - A \left(R_f - \frac{\partial R_f}{2} \right) \left(P_L - \frac{\partial P_L}{2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (3.31)$$

Note que neste caso, a parcela ∂R_f deve assumir um valor negativo para que o equacionamento fique coerente.

Desenvolvendo a equação (3.31), dividindo-a pelo volume e substituindo a equação (3.29), chega-se a:

$$\begin{aligned} \frac{\tau_I S_I}{A} - \frac{\tau_f S_f}{A} - \rho_L g \sin(\beta) R_f + \rho_L R_f U_f \frac{\partial U_f}{\partial x_f} + R_f \frac{\partial P_I}{\partial x_f} + \\ + \rho_L g D \cos(\beta) \left(\xi_L + R_f \frac{\partial \xi_L}{\partial R_f} \right) \frac{\partial R_f}{\partial x_f} = 0. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Fazendo a mesma análise para o volume de controle do gás, a equação da quantidade de movimento se torna:

$$\begin{aligned}
 & -\tau_I S_I \partial x_f - \tau_G S_G \partial x_f - \rho_G g \sin(\beta) A R_G \partial x_f + (P_I) A \partial R_f + \rho_G A R_G U_G \partial U_G + \\
 & + A \left(R_G - \frac{\partial R_f}{2} \right) \left(P_G + \frac{\partial P_G}{2} \right) - A \left(R_G + \frac{\partial R_f}{2} \right) \left(P_G - \frac{\partial P_G}{2} \right) = 0 , \quad (3.33)
 \end{aligned}$$

Resultando em uma equação muito próxima a do líquido:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\tau_I S_I}{A} - \frac{\tau_G S_G}{A} - \rho_G g \sin(\beta) R_G + \rho_G R_G U_G \frac{\partial U_G}{\partial x_G} + R_G \frac{\partial P_I}{\partial x_f} + \\
 & + \rho_G g D \cos(\beta) \left(\xi_G - R_G \frac{\partial \xi_L}{\partial R_f} \right) \frac{\partial R_f}{\partial x_f} = 0 . \quad (3.34)
 \end{aligned}$$

3.1.5 Equação do perfil

Isolando na equação (3.34) o gradiente de pressão na interface, obtém-se que:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_I}{\partial x_f} = \frac{1}{R_G} \left\{ -\rho_G g D \cos(\beta) \left(\xi_G - R_G \frac{\partial \xi_L}{\partial R_f} \right) \frac{\partial R_f}{\partial x_f} + \frac{\tau_I S_I}{A} + \frac{\tau_G S_G}{A} + \right. \\
 \left. + \rho_G g \sin(\beta) R_G - \rho_G R_G U_G \frac{\partial U_G}{\partial x_G} \right\} \quad (3.35)
 \end{aligned}$$

Substituindo a equação(3.35) em (3.32), fazendo as devidas operações, e sabendo que^③:

$$\xi_G - R_G \frac{\partial \xi_G}{\partial R_f} = \frac{\pi D R_G}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} , \quad (3.36)$$

^③ - As operações com as derivadas, tais como mudança de base e simplificações, estão explicitadas no Apêndice 1

$$\xi_L + R_f \frac{\partial \xi_L}{\partial R_f} = \frac{\pi D R_f}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}, \quad (3.37)$$

chega-se a:

$$\begin{aligned} gD \cos(\beta) \left(\frac{\pi D R_f}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right) (\rho_L - \rho_G) \frac{\partial R_f}{\partial x_f} + \rho_L R_f U_f \frac{\partial U_f}{\partial x_f} - \rho_G R_f U_G \frac{\partial U_G}{\partial x_G} = \\ = \frac{\tau_f S_f}{A} - \frac{R_f}{R_G} \left(\frac{\tau_L S_L}{A} + \frac{\tau_G S_G}{A} \right) - \frac{\tau_L S_L}{A} + \rho_L g \sin(\beta) R_f - \rho_G g \sin(\beta) R_f. \end{aligned} \quad (3.38)$$

É possível deixar a derivada do termo inercial em função da fração de líquido, abrindo a derivada composta e simplificando seus termos com as equações (3.25) e (3.26), e sabendo que:

$$\frac{\partial R_G}{\partial x_f} = - \frac{\partial R_f}{\partial x_f}, \quad (3.39)$$

tem-se que:

$$R_f U_f \frac{\partial U_f}{\partial x_f} = - \frac{U_f^2}{R_f} \frac{\partial R_f}{\partial x_f}; \quad (3.40)$$

$$R_G U_G^2 \frac{\partial U_G}{\partial x_f} = - \frac{U_G^2}{R_G} \frac{\partial R_G}{\partial x_f} = \frac{U_G^2}{R_G} \frac{\partial R_f}{\partial x_f}. \quad (3.41)$$

Substituindo as equações (3.40) e (3.41), em (3.38) é possível encontrar uma equação para a fração de filme, dada por:

$$\frac{\partial R_f}{\partial x_G} = \frac{\frac{\tau_f S_f}{A} - \frac{R_f}{R_G} \left(\frac{\tau_G S_G}{A} \right) - \left(1 + \frac{R_f}{R_G} \right) \frac{\tau_L S_L}{A} + \rho_L g \sin(\beta) R_f - \rho_G g \sin(\beta) R_f}{-\rho_L U_f^2 - \frac{R_f}{R_G} \rho_G U_G^2 + \rho_L g D \cos(\beta) \left(\frac{\pi D R_f}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right) - \rho_G g D \cos(\beta) \left(\frac{\pi D R_f}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)}. \quad (3.42)$$

Manipulando os termos em função de “ R_f ”, obtém-se:

$$\frac{\partial R_f}{\partial x_f} = \frac{\overbrace{\frac{1}{R_f} \frac{\tau_f S_f}{A}}^{\text{Termo TL}} - \overbrace{\left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_G} \right) \frac{\tau_i S_i}{A}}^{\text{Termo TI}} - \overbrace{\frac{1}{R_G} \frac{\tau_g S_g}{A}}^{\text{Termo TG}} + \overbrace{\rho_L g \sin(\beta)}^{\text{Termo GL}} - \overbrace{\rho_G g \sin(\beta)}^{\text{Termo GG}}}{\underbrace{-\frac{\rho_L U_f^2}{R_f}}_{\text{Termo IL}} - \underbrace{\frac{\rho_G U_G^2}{R_G}}_{\text{Termo IG}} + \underbrace{\rho_L \frac{gD\pi}{4 \sin(\frac{\theta}{2})} \cos(\beta)}_{\text{Termo HL}} - \underbrace{\rho_G \frac{gD\pi}{4 \sin(\frac{\theta}{2})} \cos(\beta)}_{\text{Termo HG}}} . \quad (3.43)$$

Fazendo ainda a mudança da derivada da fração de líquido para a altura de filme com:

$$\frac{\partial R_f}{\partial x_f} = \frac{\partial R_f}{\partial h_f} \frac{\partial h_f}{\partial x_f} , \quad (3.44)$$

obtém-se:

$$\frac{\partial h_f}{\partial x_f} = \frac{\overbrace{\frac{1}{R_f} \frac{\tau_f S_f}{A}}^{\text{Termo TL}} - \overbrace{\left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_G} \right) \frac{\tau_i S_i}{A}}^{\text{Termo TI}} - \overbrace{\frac{1}{R_G} \frac{\tau_g S_g}{A}}^{\text{Termo TG}} + \overbrace{\rho_L g \sin(\beta)}^{\text{Termo GL}} - \overbrace{\rho_G g \sin(\beta)}^{\text{Termo GG}}}{\underbrace{-\frac{\rho_L U_f^2}{R_f}}_{\text{Termo IL}} - \underbrace{\frac{\rho_G U_G^2}{R_G}}_{\text{Termo IG}} + \underbrace{\rho_L \frac{gD\pi}{4 \sin(\frac{\theta}{2})} \cos(\beta)}_{\text{Termo HL}} - \underbrace{\rho_G \frac{gD\pi}{4 \sin(\frac{\theta}{2})} \cos(\beta)}_{\text{Termo HG}}} \left\{ \frac{\partial R_f}{\partial h_f} \right\} , \quad (3.45)$$

3.1.6 Parcelas da equação geral

A equação (3.45) representa a variação da altura do filme em relação ao seu comprimento. A altura do filme depende de uma série de mecanismos distintos, os quais são representados pelos diversos termos da equação (3.45), sendo o que cada termo representa descrito a seguir. Os termos TL, TI e TG representam a contribuição do cisalhamento na parede do líquido, da interface e do gás respectivamente. São definidas em função da velocidade absolutas, da massa específica, e pelo fator de atrito “ f_f ”, “ f_G ” e “ f_i ”, como:

$$\tau_f = f_f \frac{\rho_L |V_f| V_f}{2} ; \quad (3.46)$$

$$\tau_g = f_g \frac{\rho_g |V_G| V_G}{2} ; \quad (3.47)$$

$$\tau_i = f_i \frac{\rho_g |V_G - V_f| (V_G - V_f)}{2} . \quad (3.48)$$

onde “ f_f ”, “ f_g ” e “ f_i ” é o fator de atrito para o filme, o gás e interface respectivamente.

A parcela referente à inércia do líquido e do gás é nomeada de termo IL e IG, respectivamente. São referentes à quantidade de movimento associada ao fluxo de quantidade de movimento que atravessa a fronteira do sistema e são calculadas a partir das velocidades relativas do fluido em relação à velocidade da bolha “ V_i ”. O GL e GG são termos referentes a aceleração gravitacional sobre o líquido e o gás, respectivamente e surgem pelo fato de que o sistema não se encontra alinhado de forma perpendicular à ação da gravidade. Como a abordagem é unidimensional, a ação da gravidade deve ser decomposta na direção paralela ao do eixo de inclinação para contabilizar esse efeito. A parcela HL e HG também surge devido a ação gravitacional, mas nesse caso reflete a pressão hidrostática devido ao filme de líquido e gás, respectivamente, e devem ser decomposta na direção perpendicular ao eixo.

A partir da equação (3.43), pode-se derivar os modelos de bolhas presentes na literatura, bastando incorporar as características inerentes a cada modelo. A seguir serão demonstrados que os modelos propostos por Dukler e Hubbard (1975), Nicholson et al (1978), Kokal e Stanislav (1989) e Taitel e Banea (1990) podem ser representados pela mesma equação, bastando descartar alguns termos. Somente o modelo de Fagundes Netto (1999) se diferencia dos demais, tendo simplificações adicionais e um equacionamento final mais simples.

3.2 MODELO DE DUKLER E HUBBARD (1975)

O modelo de DH^④ considera que o escoamento ocorre em um canal aberto, portanto não possui a contribuição na pressão devido ao gás. O pistão é considerado não aerado e o escoamento é considerado sem deslizamento. As tensões de interface e a do gás com a parede também foram desprezadas. Assim os termos TI, TG, GG, IG e HG na equação (3.45) não são considerados. Originalmente, DH apresentam sua formulação em função da fração de líquido no filme sendo representada pela equação (3.43) com as devidas simplificações como:

$$\frac{\partial R_f}{\partial x} = \frac{\frac{\tau_f S_f}{A_f} + \rho_L g \sin(\beta)}{-\frac{\rho_L}{R_f} U_f^2 + \frac{g D \pi \rho_L}{4 \sin(\frac{\theta}{2})} \cos(\beta)} . \quad (3.49)$$

Os autores escreveram que a tensão de cisalhamento pode ser determinada com a equação (3.46) e com o fator de atrito “ f_f ” avaliado para tubo liso:

$$f_L = 0,0014 + 0,125 (Re_M)^{0,32} , \quad (3.50)$$

onde “ Re_M ” é o número de Reynolds da mistura e pode ser calculado como:

$$Re_M = D V_s \frac{\rho_L R_s + \rho_G (1 - R_s)}{\mu_L R_s + \mu_G (1 - R_s)} , \quad (3.51)$$

sendo “ μ_L ” e “ μ_G ” a viscosidade dinâmica do líquido e do gás respectivamente.

Conforme Nicholson et al (1978) relata, por ser o primeiro trabalho de modelagem do gênero, os autores não diferenciaram a velocidade da mistura da velocidade do pistão. Para a velocidade da bolha, utilizaram:

$$V_t = V_M + \frac{q}{\rho_L A R_s} , \quad (3.52)$$

④ – A partir deste ponto, referir-se-á o modelo de Duker e Hubbard (1975) por DH.

onde a ultima parcela, denominada por DH como velocidade aparente, é uma relação das taxas de ganho e perda de fluido, representado por “ q ”, em relação à taxa do fluxo e pode ser calculado utilizando uma abordagem bidimensional, com coordenadas polares. A Figura 9 representa um perfil de velocidade sobre uma seção no pistão líquido. Observa-se que existem regiões onde a velocidade local do fluido “ u ” é menor que a velocidade média do pistão, que na parede tem valor nulo e no centro do conduto tem um valor maior que “ V_S ”. Pode-se então, delimitar uma região onde o valor de “ u ” se iguala ao valor de “ V_S ”, que possui um raio igual a “ r_p ”.

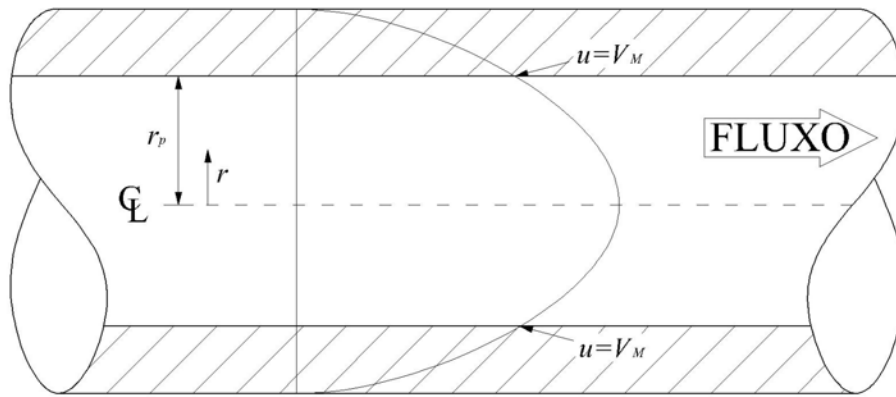


Figura 9 – Perfil de Velocidade no Pistão Líquido

Logo, para locais onde o raio é menor que “ r_p ”, o fluxo segue respeitando a direção do pistão, consequentemente onde o raio é maior que “ r_p ” o fluido é deslocado para o final do pistão líquido. Esse processo é constante em qualquer seção dentro do pistão. Utilizando a lei logarítmica de parede para o cálculo sobre a área de menor velocidade, obtém-se a equação:

$$q = \rho_L A R_S V_S - \int_0^{r_p} 2\pi r \rho_L u dr , \quad (3.53)$$

Devido a complexidade de solução da equação(3.53), DH utilizaram um parâmetro “ C ”, transformando a equação (3.52) em:

$$V_t = (C+1)V_M = C_0 V_M , \quad (3.54)$$

onde o parâmetro “ C ” é dado por:

$$C = 1 - \frac{\int_0^{r_p} 2\pi r \rho_L u dr}{\rho_L A R_s V_s} . \quad (3.55)$$

Para facilitar a implementação numérica, DH fizeram uma correlação logarítmica sobre alguns pontos para a equação (3.55), numa faixa de $30000 < Re_M < 400000$, dada por:

$$C = 0,021 \log(Re_M) + 0,22 . \quad (3.56)$$

Logo, ao substituir a equação (3.54) na equação (3.23), encontra-se

$$V_f = \left[1 - C \left(\frac{R_s}{R_f} - 1 \right) \right] V_M = B V_M . \quad (3.57)$$

Substituindo as equações (3.46), (3.54) e (3.57) em (3.49) e fazendo as devidas substituições e operações^⑤ matemáticas, encontra-se a formulação apresentada no por DH.

Logo, a forma original apresentada, com algumas correções, se dá como:

$$\frac{\partial R_f}{\partial x_f} = - \frac{f_f B^2 \frac{\theta}{\pi} + \frac{R_f}{Fr} \sin(\beta)}{D \left\{ \frac{C^2 R_s^2}{R_f^2} - \frac{\cos(\beta)}{Fr} \left[\frac{\frac{\pi}{2} R_f \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 - \cos(\theta)} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \right\}} . \quad (3.58)$$

Onde “Fr” é o número de Froude definido como:

$$Fr = \frac{V_M^2}{g_L D} . \quad (3.59)$$

Ou para o perfil da altura de filme:

^⑤ - Por conveniência, as operações sobre os termos trigonométricos estão expostas no apêndice 1.

$$\frac{\partial h_f}{\partial x_f} = - \frac{f_f B^2 \frac{\theta}{\pi} + \frac{R_f}{Fr} \sin(\beta)}{D \left\{ \frac{C^2 R_s^2}{R_f^2} - \frac{1}{Fr} \left[\frac{\frac{\pi}{2} R_f \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \overbrace{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}^{TF1}}{1 - \cos(\theta)} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \overbrace{\cos(\beta)}^{TF2} \right\} \frac{\partial R_f}{\partial h_f}} . \quad (3.60)$$

No artigo foram atinados alguns erros tipográficos na equação final e na formulação apresentada por DH: Para a análise da equação da quantidade de movimento, não há comentários que o estudo deve ser feito sobre velocidades relativas (Nicholson et al., 1978), nem a presença de uma decomposição do termo hidrostático devido à inclinação do conduto, corrigido na equação (3.60) com a inclusão do “TF2”. Nicholson et al. (1978) também reportaram alguns erros tipográficos com a ausência do termo co-seno – termo “TF1” na equação (3.60) - e das chaves externas.

3.3 MODELO DE NICHOLSON, AZIZ E GREGORY (1978)

O modelo de NAG^⑥ utiliza a mesma expressão para a fração de líquido no filme apresentado no modelo de DH – equação (3.58). Os autores verificaram que para algumas vazões, o valor de $\partial R_f / \partial x_f$ era positivo. Para contornar o problema, sugeriram que “ R_s ” recebesse o primeiro valor que levasse a um valor negativo. Para o valor inicial utilizaram a correlação proposta por Gregory^⑦ apud Nicholson et al (1978), expressa por:

$$R_s = \left[1 - \left(\frac{V_s}{8,66} \right)^{1,39} \right]^{-1} . \quad (3.61)$$

Propuseram também novas correlações para a velocidade da bolha “ V_l ” utilizando a constante “ C ”, proposta por DH na equação (3.54), como dado de entrada do modelo e não

^⑥ – A partir deste ponto, referir-se-á o modelo de Nicholson et al. (1978) por NAG

^⑦ - GREGORY, G. A.; Nicholson, M. K.; Aziz, K.; “*A Correlation of the Liquid Volume Fraction in the Slug for Horizontal Gas-Liquid Slug Flow*”, Int. Jour. of Multiphase Flow, Volume 4, Issue 1 Pages 33-39, 1978

mais como uma correlação, assim como, verificou a existência de uma velocidade de deslizamento, como mostrado na equação (3.20), onde:

$$C = \frac{V_t}{V_s} - 1 = C_0 - 1 . \quad (3.62)$$

Da mesma forma, consideraram que a velocidade da bolha de gás é constante ao longo de todo o comprimento do filme sendo igual à velocidade do nariz da bolha “ V_t ”. Separaram a velocidade de mistura da velocidade do pistão de líquido, com uma relação entre a fração de líquido e os comprimentos do pistão e do filme líquido:

$$V_s = \frac{V_M \left(1 + \frac{l_s}{l_f}\right) - V_t (1 - R_s)}{R_s + \frac{l_s}{l_f}} . \quad (3.63)$$

Os coeficientes de atrito utilizados por eles são particulares para os testes realizados. As equações eram selecionadas pelo o número de Reynolds do fluxo e pelas características do conduto. Para os testes realizados no conduto de 2,58 cm de diâmetro, com $2000 < Re < 3000$ usou-se:

$$f_L = 4,51 \cdot 10^{-5} (Re_M)^{0,631} \quad (3.64)$$

Para um $Re > 3000$ utilizou-se:

$$f_L = \frac{0,059}{(Re_M)^{0,216}} \quad (3.65)$$

Para o conduto de 5,12 cm de diâmetro, com $Re < 3000$, considera-se que:

$$f_L = 1,11 \cdot 10^{-4} (Re_M)^{0,563} \quad (3.66)$$

Já, para um escoamento com $Re > 3000$ pode-se fazer:

$$f_L = \frac{0,068}{(\text{Re}_M)^{0,239}} \quad (3.67)$$

Para um escoamento com $\text{Re} < 2000$ utilizou-se:

$$f_L = \frac{16}{\text{Re}_M} \quad (3.68)$$

Fizeram também uma estimativa da fração de líquido no infinito, quando a interação entre o gás e o líquido se equilibra e a altura não varia mais com a distância. Valor este, que pode ser utilizado como critério de parada do modelo, expresso por:

$$R_\infty = R_S \left[1 - \frac{V_M}{V_t} \right]. \quad (3.69)$$

3.4 MODELO DE KOKAL E STANISLAV (1989)

Também continuando a análise sobre o trabalho de DH, KS[®] consideraram que o termo de tensão de cisalhamento na interface podia ser significativo para vazões maiores de gás. Mesmo assim, o escoamento continua sendo tratado como um escoamento em canal com superfície livre, desprezando a quantidade de movimento associada à fase gasosa. A velocidade de translação é calculada pela equação (3.20), onde a constante “C₀” é fixada em 1,2; e cuja velocidade de deslizamento pode ser calculada por:

$$V_d = 0,345 \left[\frac{gD(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L} \right]^{0,5}. \quad (3.70)$$

Note que a velocidade de deslizamento proposta por KS é utilizada para escoamentos verticais e para bolhas discretas. O uso dessa equação não implica em um erro na modelagem.

[®] – A partir deste ponto, referir-se-á o modelo de Kokal e Stanislav (1989) por KS.

Como o modelo faz um equacionamento considerando o líquido escoando em um canal aberto, a velocidade do gás é considerada constante e igual a velocidade do nariz da bolha. Logo a equação (3.48) se torna:

$$\tau_i = f_i \frac{\rho_g |V_t - V_f| (V_t - V_f)}{2} . \quad (3.71)$$

Para o coeficiente de atrito interfacial, foi utilizada a correlação de Ellis e Gay^⑨ apud Kokal e Stanislav (1989) e definida por:

$$f_i = 1,3 (\text{Re}_G)^{-0,57} , \quad (3.72)$$

sendo “ Re_G ” o número de Reynolds baseado na velocidade local do gás e definido como:

$$\text{Re}_G = \frac{D_G V_t \rho_G}{\mu_G} , \quad (3.73)$$

onde “ D_G ” é o diâmetro hidráulico do gás, calculado por:

$$D_G = \frac{4A_G}{S_G + S_I} . \quad (3.74)$$

Para o filme líquido foi utilizado o fator proposto por Chen (1979) e definido por:

$$f_L = \frac{1}{4} \left\{ -2 \log \left[\frac{\varepsilon}{3,7065D} - \frac{5,0452}{\text{Re}_M} \log \left(\frac{1}{2,28257} \left(\frac{\varepsilon}{D} \right)^{1,1098} + \frac{5,8506}{(\text{Re}_M)^{0,8981}} \right) \right] \right\}^{-2} , \quad (3.75)$$

sendo “ ε ” a rugosidade do duto. O fator de atrito foi adequado ao fator de atrito de Fanno, dividindo-o por quatro. Para o cálculo da tensão do líquido e da interface, foram utilizadas as equações (3.46) e (3.48).

^⑨ ELLIS, S. R. M; GAY, B.; “*The parallel flow of two fluid streams: interfacial shear and fluid-fluid interaction*”. Trans. Instn. chem. Engrs. 37, 206, (1959)

A partir dessas hipóteses somente os termos TG, IG, HG e a parte referente ao gás do termo TI desaparecem da equação (3.45), resultando em:

$$\frac{\partial h_f}{\partial x_f} = - \frac{\frac{f_f B^2 \theta}{\pi D} - \frac{2 f_i \theta}{\pi D} \frac{\rho_G}{\rho_L} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\frac{V_i - B V_s}{V_s}\right)^2 + \frac{g R_f D_L}{V_s^2 D} \sin(\beta)}{D \frac{\partial R_f}{\partial h_f} \left\{ \frac{C^2 R_s^2}{R_f^2} - \frac{1}{Fr} \left[\frac{\frac{\pi}{2} R_f \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 - \cos \theta} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \cos(\beta) \right\}}, \quad (3.76)$$

sendo “DL” o diâmetro hidráulico do líquido, calculado por:

$$D_L = \frac{4 A_L}{S_L + S_I}. \quad (3.77)$$

Ou, similarmente, como apresentado pelos autores:

$$\frac{\partial R_f}{\partial x_f} = - \frac{\frac{f_f B^2 \theta}{\pi D} - \frac{2 f_i \theta}{\pi D} \frac{\rho_G}{\rho_L} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\frac{V_i - B V_s}{V_s}\right)^2 + \frac{g R_f D_L}{V_s^2 D} \sin(\beta)}{D \left\{ \frac{C^2 R_s^2}{R_f^2} - \frac{1}{Fr} \left[\frac{\frac{\pi}{2} R_f \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 - \cos \theta} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \cos(\beta) \right\}}. \quad (3.78)$$

3.5 MODELO DE TAITEL E BARNEA (1990)

TB^⑩ fizeram o estudo de forma mais completa incluindo a ação do gás no equacionamento, e que foi reproduzido no item 3.1 deste trabalho. Onde pode-se escrever a equação (3.45) como:

$$\frac{\partial h_f}{\partial x_f} = \frac{\frac{1}{A_f} \tau_f S_f - \left(\frac{1}{A_f} - \frac{1}{A_G} \right) \tau_i S_i - \frac{1}{A_G} \tau_G S_G + (\rho_L - \rho_G) g \sin(\beta)}{\left\{ -\frac{\rho_L}{R_f} U_f^2 - \frac{\rho_G}{R_G} U_G^2 + (\rho_L - \rho_G) \frac{g D \pi}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cos(\beta) \right\} \frac{\partial R_f}{\partial h_f}}, \quad (3.79)$$

^⑩ – A partir deste ponto, referir-se-á o modelo de Taitel e Barnea (1999) por TB.

Substituindo o valor da derivada^⑪ $\partial R_f / \partial h_f$ para manipulação dos termos HL e HG, assim como as equações (3.25) e (3.26) para as velocidades relativas, reproduz-se fielmente a equação apresentada por TB em seu artigo:

$$\frac{\partial h_f}{\partial x_f} = \frac{\frac{\tau_f S_f}{A_f} - \frac{\tau_G S_G}{A_G} - \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_f} + \frac{1}{A_G} \right) + (\rho_L - \rho_G) g \sin(\beta)}{(\rho_L - \rho_G) g \cos(\beta) - \rho_L U_f \frac{(V_t - V_s) R_s}{R_f^2} \frac{\partial R_f}{\partial h_f} - \rho_G U_G \frac{(V_t - V_b)(1 - R_s)}{R_G^2} \frac{\partial R_f}{\partial h_f}} . \quad (3.80)$$

Para o cálculo da velocidade da bolha “ V_t ”, foi utilizada a equação (3.20), sendo que os valores recomendados pelos autores foram $C_0 = 1,2$ para escoamento turbulento e $C_0 = 2$ para escoamento laminar, válidos somente para A@W. Para a velocidade de deslizamento “ V_d ”, é recomendada a forma composta proposta por Bendiksen (1984), onde:

$$V_d = 0.35 \sin(\beta) \sqrt{gD} + 0.54 \cos(\beta) \sqrt{gD} . \quad (3.81)$$

Para o cálculo da velocidade das bolhas dispersar no pistão, foi sugerido o uso de $B_0 = 1$, com a velocidade de deslizamento determinada por:

$$V_0 = 1.54 \left[\frac{\sigma g (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} \sin(\beta) . \quad (3.82)$$

Foi proposta também uma nova equação para prever a fração de vazio no pistão:

$$R_s = 1 - 0,058 \left\{ 2 \left[\frac{0,4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2} \left(\frac{2f_s}{D} V_s^3 \right)^{2/5} \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{3/5} - 0,725 \right\}^2 , \quad (3.83)$$

onde “ σ ” é a tensão superficial do líquido e “ f_s ” é o fator de atrito devido ao líquido no pistão, que segue a mesma equação do filme líquido e do gás, dadas por:

^⑪ - Os valores das derivadas encontram-se calculadas no Apêndice 1

$$f_f = f_s = 0,001375 \left[1 + \left(2 \cdot 10^4 \frac{\varepsilon}{D_L} + \frac{10^6}{\text{Re}_f} \right)^{1/3} \right], \quad (3.84)$$

$$f_G = 0,001375 \left[1 + \left(2 \cdot 10^4 \frac{\varepsilon}{D_G} + \frac{10^6}{\text{Re}_G} \right)^{1/3} \right], \quad (3.85)$$

sendo “ ε ” a rugosidade do conduto, “ D_L ” e “ D_G ” o diâmetro hidráulico do líquido e do gás apresentados nas equações (3.77) e (3.74) respectivamente, e “ Re_L ” e “ Re_G ” representam o número de Reynolds do líquido e do gás, dadas por:

$$\text{Re}_L = \frac{D_L V_f \rho_L}{\mu_L}; \quad (3.86)$$

$$\text{Re}_G = \frac{D_G V_G \rho_G}{\mu_G}. \quad (3.87)$$

Para o fator de atrito da interface do gás com o líquido “ f_i ” foi utilizado a sugestão de Cohen e Hanratty¹² apud Taitel e Barnea (1990) de:

$$f_i = 0,014. \quad (3.88)$$

Note que TB considera o pistão aerado e desta forma há bolhas de gás no pistão. Por isso a velocidade do gás na bolha é diferente da velocidade do nariz da bolha. Caso não existam bolhas no pistão ($R_s = 1$), as velocidades se tornam $V_b = V_t$ e $U_G = 0$, fazendo com que o termo IG se torne nulo, e a equação se torne a equação de KS com a adição de um termo de tensão para o gás (termo TG). Então, o termo IG é proposto sobre as bolhas que estão no pistão, e não sobre o gás no interior da bolha.

¹² – COHEN, S. L.; HANRATTY, T. J.: “Effect of Waves at a Gas-Liquid Interface on a Turbulent air Flow”, Int. J. Multi-Phase Flow 10, 467-469, (1968).

3.6 MODELO DE FAGUNDES NETTO (1999)

Fazendo uma análise distinta dos modelos anteriores, FN¹³ tentou desenvolver um modelo de fácil utilização e compreensão. Dividiu a bolha em quatro regiões, cada uma regida por equações próprias, conforme ilustrado na Figura 10.

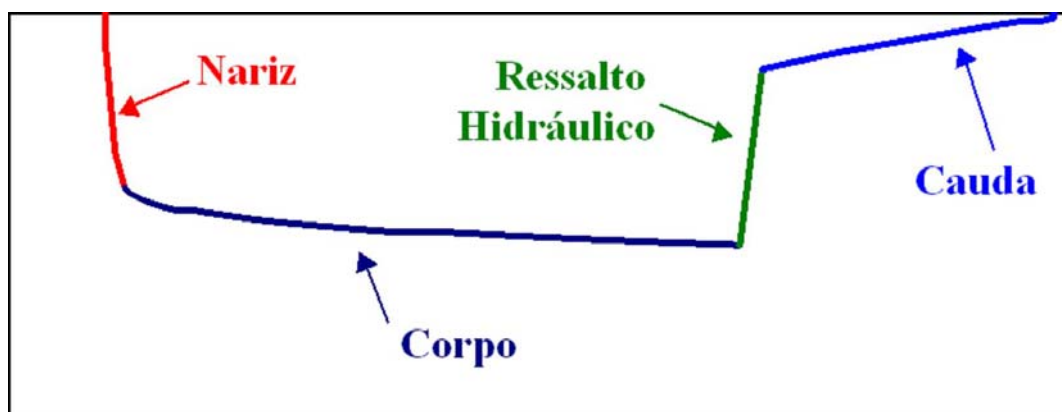


Figura 10 –Regiões da bolha estudada por FN - imagem retirada do artigo original do modelo

O estudo começa com o nariz da bolha, onde, utilizando o modelo analítico proposto por Benjamin (1968) como base, foi formulada uma equação parabólica, ajustada para os casos estudados por FN, com A@W em um conduto horizontal de 53 mm de diâmetro, dada por:

$$R_f = 1 - 0,775l_b + 0,345l_b^2 . \quad (3.89)$$

Essa equação define o início do corpo e que ocorre quando ambas as curvas tem o perfil e a mesma inclinação. Entretanto, para escoamentos com características distintas das utilizadas por FN, podem surgir problemas na adequação das curvas. Assim, para este estudo, seguiu-se o mesmo método dos outros modelos, onde o nariz da bolha é considerado vertical, facilitando os cálculos e permitindo uma maior abrangência de vazões e diâmetros para o modelo.

A equação que descreve o corpo, pode ser deduzida a partir da equação (3.45). Pode-se inserir novos termos de tensões na região de equilíbrio, sem alterar o valor da expressão, sendo encontradas quando a derivada $\partial h_f / \partial x_f$ é nula, ou seja:

¹³ – A partir deste ponto, referir-se-á o modelo de Fagundes Netto (1999) como FN.

$$\frac{1}{A} \left(\frac{\tau_{L\infty} S_{L\infty}}{R_{f\infty}} - \frac{\tau_{G\infty} S_{G\infty}}{R_{G\infty}} - \frac{\tau_{i\infty} S_{i\infty}}{R_{f\infty} R_{G\infty}} \right) = 0 . \quad (3.90)$$

Devido ao pequeno valor das tensões referentes ao gás e à interface, pode-se retirá-las da equação. Como a abordagem é feita sobre um conduto horizontal, os termos que contém a inclinação são modificados, onde GL e GG retirados e HL e HG recebem valor unitário na parcela referente ao co-seno da inclinação. Também é desprezado o termo IG pelo seu pequeno valor frente a IL, resultando em uma equação do tipo:

$$\frac{\partial R_f}{\partial x_f} = \frac{\frac{1}{R_f} \frac{\tau_f S_f}{A} - \frac{1}{R_{f\infty}} \frac{\tau_{f\infty} S_{f\infty}}{A}}{-\frac{\rho_L}{R_f} U_f^2 + (\rho_L - \rho_G) \frac{gD\pi}{4 \sin(\frac{\theta}{2})}} . \quad (3.91)$$

Utilizando uma velocidade de referência “U_R”, dada por:

$$U_R = R_f (V_t - V_f) = R_{f\infty} (V_t - V_{f\infty}) , \quad (3.92)$$

para o cálculo da tensão, na equação (3.46), e considerando que $f_f = f_{f\infty}$, pode-se escrever a equação (3.91) como:

$$\frac{\partial R_f}{\partial x_f} = \frac{f_f \frac{\rho_L}{R_f^3} \frac{S_f}{2A} \left(\frac{R_f - R_{f\infty}}{R_{f\infty}} \right)^2 U_R^2}{-\frac{\rho_L}{R_f^3} U_R^2 + (\rho_L - \rho_G) \frac{gD\pi}{4 \sin(\frac{\theta}{2})}} \quad (3.93)$$

Criando outra variável auxiliar, definida por:

$$k = \frac{A}{S_I} \frac{(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L} \frac{g}{U_R^2} , \quad (3.94)$$

e considerando que:

$$\frac{S_L}{S} \cong \frac{R_f + 0,5}{2} , \quad (3.95)$$

onde “S” é o perímetro do duto, é possível reproduzir a equação na forma original presente no artigo de FN:

$$\frac{\partial R_f}{\partial x_f} = - \frac{f_L (R_f + 0,5) (R_f - R_{f\infty})^2}{R_{f\infty}^2 (1 - kR_f^3) D} . \quad (3.96)$$

Ou ainda, disposta para a altura de filme:

$$\frac{\partial h_f}{\partial x_f} = - \frac{f_L (R_f + 0,5) (R_f - R_{f\infty})^2}{R_{f\infty}^2 (1 - kR_f^3) D \frac{\partial R_f}{\partial h_f}} , \quad (3.97)$$

Ainda, FN considera o fator de atrito constante ao longo da bolha para facilitar no calculo da integral da equação (3.97). A equação apresentada pelo pesquisador possui solução analítica e é expressa por:

$$f_0 \left(\frac{R_{f\infty} + 0,5}{R_{f\infty}} \right)^2 \frac{l - l_0}{D} = - \left(1 + \frac{k}{8} \right) \ln \left(\frac{2R_f + 1}{2R_{f0} + 1} \right) + \left(1 + kR_{f\infty}^2 (1,5 + 2R_{f\infty}) \right) \ln \left(\frac{R_f - R_{f\infty}}{R_{f0} - R_{f\infty}} \right) - \\ - (R_{f\infty} + 0,5)^2 \left\{ \frac{(1 - kR_{f\infty}^3)}{(R_{f\infty} + 0,5)(R_{L0} - R_{f\infty})(R_f - R_{f\infty})} - k \right\} (R_f - R_{f0}) , \quad (3.98)$$

sendo que os valores “ R_{f0} ” e “ l_0 ” são aqueles referente ao ponto de encontro entre o nariz e o corpo da bolha, onde as derivadas das duas equações se igualam.

Porém, neste estudo não há a necessidade de considerar o fator de atrito constante, pois a integração ocorre numericamente e causa apenas uma pequena mudança no perfil. Os outros dois componentes da bolha, o ressalto hidráulico e a cauda, mostraram não relevantes a este trabalho, pois não afetam a forma do corpo da bolha.

Na Figura 11 pode-se observar que a diferença entre os perfis gerados por uma integração numérica e pela equação (3.98) é pouca em um conduto de 56mm de diâmetro e de velocidade da mistura igual a 1m/s. Configuração muito próxima a utilizada por Fagunde Netto (1999) em seus experimentos.

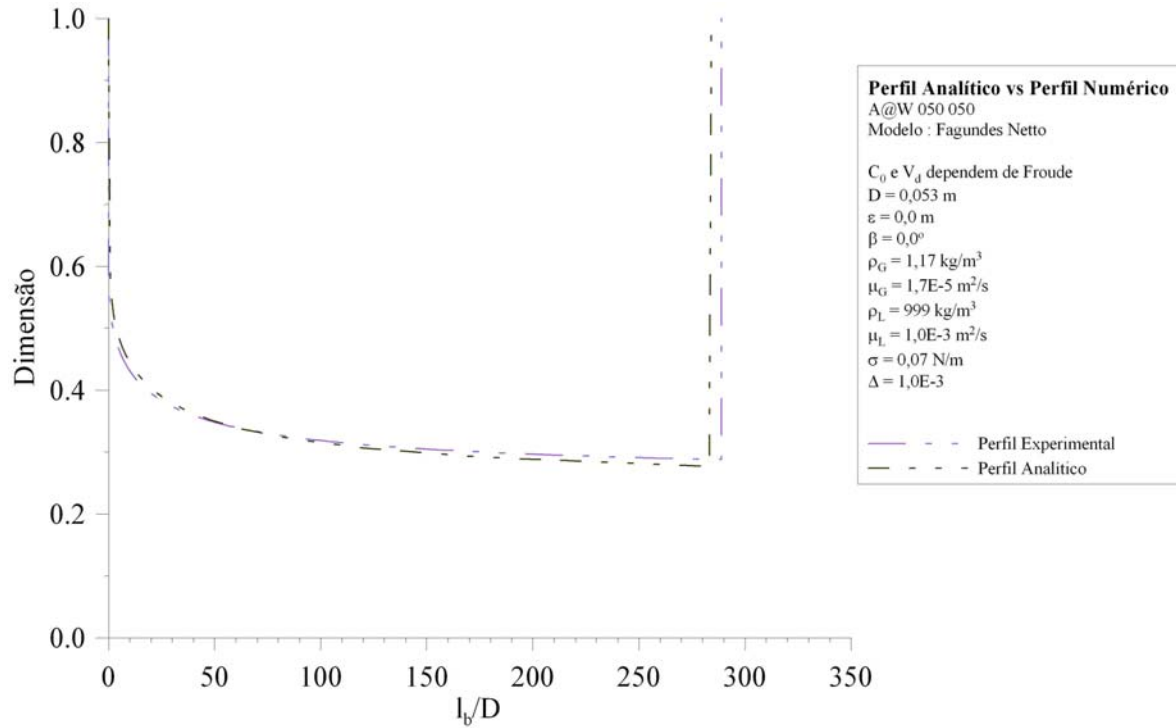


Figura 11 – Comparativo entre o perfil analítico e experimental de FN

Para o cálculo da velocidade da bolha foi utilizado a equação (3.20), com:

$$\begin{cases} C_0 = 1,2 & \text{e } V_d = 0 & \text{para } Fr > 3,5 \\ C_0 = 1,0 & \text{e } V_d = \left(0,542 - \frac{1,76}{Bo^{0,56}}\right) \sqrt{gD} & \text{para } Fr < 3,5 \end{cases} \quad (3.99)$$

onde “Bo” é o número de Bonde, definido por uma razão da densidade pela tensão superficial do líquido:

$$Bo = \frac{(\rho_L - \rho_G) g D^2}{\sigma} \quad (3.100)$$

Como o escoamento é suposto turbulento, o fator de atrito é calculado usando Blasius:

$$f_L = 0,079 (Re_L)^{-0,25}, \quad (3.101)$$

$$f_G = f_i = 0,079(\text{Re}_G)^{-0,25}, \quad (3.102)$$

com:

$$\text{Re}_L = \frac{V_M D \rho_L}{\mu_L} \left(\frac{R_f S}{S_L} \right), \quad (3.103)$$

$$\text{Re}_G = \frac{V_t D \rho_G}{\mu_G} \left(\frac{R_G S}{S_G + S_I} \right), \quad (3.104)$$

onde “ V_∞ ” é a velocidade de equilíbrio e pode ser determinada por:

$$V_\infty = \left(\frac{\mu_G \rho_G^3}{\mu_L \rho_L^3} \right)^{\frac{1}{7}} \left(\frac{\left(R_{f\infty} \frac{S_{G\infty}}{S} + \frac{S_{I\infty}}{S} \right)^4 R_{f\infty} \left(\frac{S_{G\infty}}{S} + \frac{S_{I\infty}}{S} \right)}{\left(\frac{S_{L\infty}}{S} (1 - R_{f\infty}) \right)^5} \right)^{\frac{1}{7}} V_t. \quad (3.105)$$

onde os perímetros na região de equilíbrio “ $S_{G\infty}$ ”, “ $S_{I\infty}$ ” e “ $S_{L\infty}$ ” podem ser calculados a partir da solução da fração de líquido de equilíbrio “ R_∞ ”, cuja equação é dada por:

$$R_\infty = \frac{(V_t - V_M)}{V_t} \left[1 + \left(\frac{\mu_G \rho_G^3}{\mu_L \rho_L^3} \right)^{\frac{1}{7}} \cdot 1,70 \left(\frac{(V_t - V_M)}{V_t} + 0,5 \right) \right]. \quad (3.106)$$

4 DADOS EXPERIMENTAIS

Os dados experimentais coletados provêm do laboratório para escoamento multifásicos do Departamento de Energia da Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas (DE/FEM/UNICAMP). Esse laboratório possui facilidades que permitem monitorar a espessura do filme em um escoamento padrão slug em diversas configurações de vazões de líquido e gás e com fluidos com diferentes viscosidades, entre outras medidas. Desta forma, os dados obtidos em diversas situações serão empregados neste trabalho para realizar um estudo da capacidade de previsão do formato das bolhas pelos modelos analisados. A seguir, se fará uma breve descrição do aparato laboratorial e de como os dados foram coletados e processados para este estudo.

4.1 APARATO LABORATORIAL

O aparato laboratorial consiste basicamente de um duto horizontal, tanques do armazenamento e de recepção, misturadores gás-líquido, válvulas de controle, bombas, compressores e instrumentação eletrônico-computacional. Como a forma de se gerar um escoamento em slug estável não está em questão neste estudo, não será apresentado esse procedimento. A Figura 12 apresenta um desenho esquemático do aparato laboratorial e dos sistemas de injeção de gás no duto. Nesse estudo o que é importante são as características do duto e das estações de medidas, que serão reportadas a seguir.

O duto 0,026 m de diâmetro e é construído em acrílico transparente. Seu comprimento é de 23,4 m, sendo equivalente a 900 diâmetros de comprimento. Ao longo do duto há 4 estações de medidas distantes 127, 167, 494 e 777 diâmetros da seção de injeção de gás, o que garante que ao menos na última seção tenha-se escoamento plenamente padrão slug desenvolvido. Ao final do duto, a mistura é descarregada em um tanque aberto, que realizada a separação do líquido e do gás.

Foram realizados testes com dois pares de misturas distintos: ar/água (A@W) e ar/glicerina (A@G). As propriedades para o líquido foram consideradas como sendo padrões, sendo a massa específica de 999 kg/m^3 , a viscosidade dinâmica, verificada *in situ*, de $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; a tensão de superfície da ar-água de 0,07 Pa. A mistura A@G era composta de uma solução em água de 26,4% em volume de glicerina pura bidestilada, sendo sua densidade de 1190 kg/m^3 , viscosidade de $2,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ e tensão superficial ar-glicerina

estimada em 3,2 Pa. Para o gás, foi considerado que o ar sempre se comporta como gás ideal.

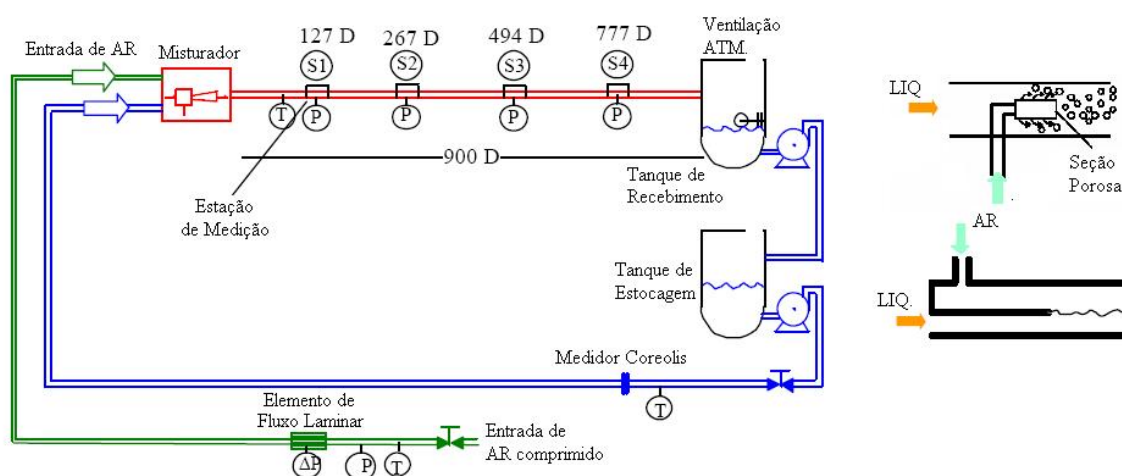


Figura 12 – Circuito de testes do Multilab

Para identificar e medir a velocidade, as frequências, o tamanho e a altura do filme, foram usadas duas pontas de testes espaçadas 50 mm entre si. A velocidade de aquisição variava entre 3kHz a 5kHz, dependendo do teste. Um programa de pós processamento permite a visualização das bolhas, assim como gráficos e valores estatísticos e característicos do escoamento.

O aparato permite uma escala de velocidades superficial do ar (J_G) variando de 0,4 m/s a 1,7 m/s e a da água (J_L) variando de 0,25 m/s a 1,35 m/s. Para realizar os testes foi escolhida uma grade de tal forma que fosse representativa nas linhas de produção de óleo, sendo essa grade mostrada na tabela 1. A fim de ilustrar o comportamento da grade de teste, cada ponto é mostrado no diagrama de fluxo proposto por Taitel e Dukler (1976), como mostrado na Figura 13. Estes pontos se relacionam pelos valores das velocidades de mistura, e foram separados deste modo com o intuito de facilitar a observação de semelhanças entre as diversas combinações de escoamento.

Tabela 1 – Matriz de velocidades das misturas

$J_G \backslash J_L$	0,33	0,50	0,67	1,33	1,67
0,33			P1	P2	P3
0,50		P4			
0,67			P5	P6	P7
1,33			P8	P9	

Destes pontos, foram selecionados cinco pontos (P1, P2, P3, P4 e P6) para o estudo comparativo dos perfis de bolha obtidos de forma experimental e aqueles obtidos pelos modelos estudados, sendo esses pontos utilizados tanto para A@W como para A@G. Esses pontos foram escolhidos porque apresentam valores crescentes para velocidade de mistura, variando de 1 a 2 m/s. Dois deles (P1 e P4) apresentam o mesmo valor para a velocidade de mistura, mas o P1 tem uma vazão maior de gás e tende a formar bolhas mais longas. Os pontos P3, P7, P8 e P9 são pontos que não apresentavam bolhas bem definidas e, portanto não fizeram parte do estudo comparativo. Apesar de haver dados para os dois tipos de injetores, deu-se preferência aos testes com misturador concêntrico pois esses dados se mostravam com uma melhor distribuição.

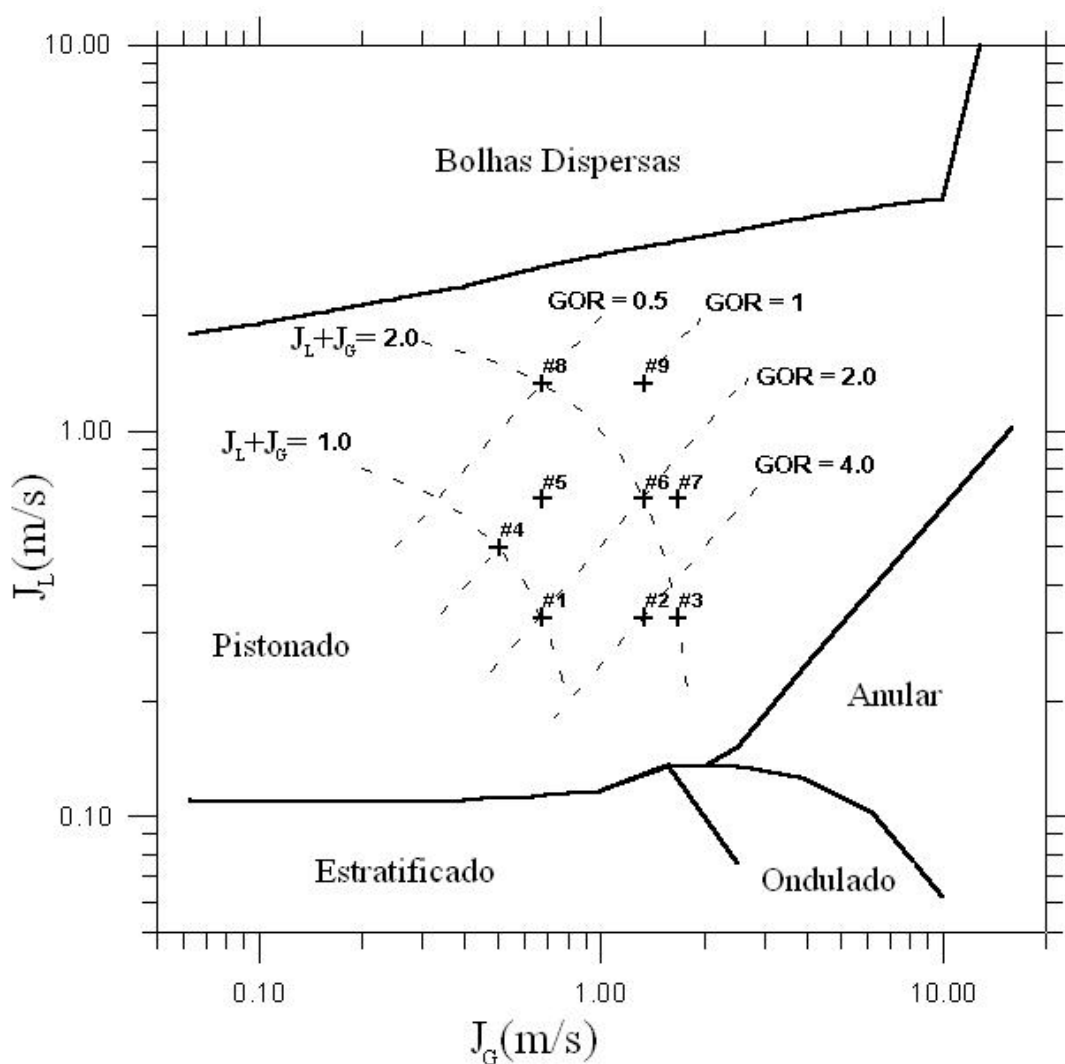


Figura 13 – Pontos no Mapa de Fluxo

4.2 TRATAMENTO E ANÁLISE DOS DADOS

A base de dados completa é composta por 14 testes. No qual foram escolhidos 7 pontos no mapa de fluxo para serem utilizados nas combinações de A@W e A@G. As condições de operação estão detalhadas na Tabela 2, que demonstra boa aproximação aos valores nominais escolhidos.

Tabela 2 – Matriz de teste para as misturas

A@W						
Teste (#)	Ponto (#)	J_L (cm/s)	J_G (cm/s)	V_M (cm/s)	Re (x10³)	Fr (---)
1	1	34	65	99	26	2.0
2	2	35	130	165	43	3.3
3	3	35	157	192	50	3.8
4	4	50	50	100	26	2.0
5	5	66	61	127	33	2.5
6	6	67	124	191	50	3.8
7	7	67	163	230	60	4.6
A@G						
Teste (#)	Ponto (#)	J_L (cm/s)	J_G (cm/s)	V_M (cm/s)	Re (x10³)	Fr (---)
8	1	33	63	96	1.2	1.9
9	2	33	122	155	2.1	3.1
10	3	34	155	189	2.5	3.7
11	4	50	47	93	1.3	1.9
12	5	67	63	130	1.7	2.6
13	6	66	123	189	2.5	3.7
14	7	67	154	221	3.0	4.4

Para cada ponto de estudo escolhido foram coletadas 4 bolhas aleatoriamente na última estação de medida (L=777D). A escolha desta estação foi pela presença de um escoamento mais próximo ao estado permanente, gerando assim, perfis de bolhas mais próximas aos critérios assumidos nos modelos numéricos. As quatro bolhas retiradas na amostragem foram comparadas entre si para assegurar a normalidade do seu formato no escoamento. Procurou-se ainda, coletar bolhas de tamanhos distintos, onde se pode observar que o perfil da bolha não se altera com o tamanho da bolha, somente com as velocidades.

Para cada bolha coletada, foram recolhidos valores da razão da altura de filme pelo diâmetro do conduto, assim como o tempo da passagem na sonda. Para cada bolha são em média cinco mil pares de dados que precisaram ser manejados antes de poderem ser

utilizados. Para possibilitar um comparativo seguro, os dados experimentais devem possuir variáveis equivalentes ao fornecido pelos modelos numéricos. Desta forma, é necessário transformar valores de tempo em valores de distância para o corpo da bolha. Logo, o comprimento do filme “ x_f ” pode ser obtido através de tempo “ t ” e da velocidade do nariz da bolha como:

$$x_f = t \cdot V_t . \quad (4.1)$$

A velocidade do nariz da bolha é obtida pelo tempo de passagem “ t_p ” entre as duas pontas de testes. O pós-processamento utiliza um filtro “*butterworth*” de segunda ordem para indicar a presença da bolha quando o filme ocupa menos de 80% do diâmetro, gravando em memória a hora em que a bolha começa e termina. Logo a velocidade é calculada pela razão entre a distância entre as sondas e o período que o filtro acusa a presença da bolha entre as duas sondas:

$$V_t = \frac{0.05}{t_{p2} - t_{p1}} . \quad (4.2)$$

Como a bolha está inserida em uma sequência contínua de dados, é necessário isolar a bolha desejada. Logo, considera-se o início da bolha ($x_f=0$) o último valor onde a altura de filme se iguala ao diâmetro, referenciando todos os outros valores subsequentes ao início da bolha. Analogamente, o final da bolha se dá no primeiro valor onde a altura de filme coincide com o diâmetro.

Infelizmente as sondas não conseguem discernir o formato do nariz da bolha. Elas captam apenas a altura de líquido presente no conduto, considerando-os sempre na parte inferior do mesmo. Mesmo quando ocorre o rebaixamento do nariz da bolha, os instrumentos sempre o reconhecem como rente à parte superior do duto.

5 MODELO DE SOLUÇÃO NUMÉRICA

Tanto a equação geral (3.45) quanto a equação (3.97) de FN podem ser solucionadas numericamente. Implementando-as em um código computacional, pode-se considerar a derivada como uma diferença discreta. Aplicando pequenas variações na altura de filme, pode-se encontrar a variação de comprimento correspondente, desenhando assim o perfil.

Os programas desenvolvidos foram criados em linguagem fortran, com compilador Compaq/Microsoft Visual Fortran, Versão 6.5 instalado em ambiente Windows XP, cujo código fonte encontra-se no apêndice 2.

Os algoritmos foram construídos com base na técnica de orientação a objetos, a qual permite a inserção dentro de qualquer outro código compatível com o Fortran, sem a necessidade de grandes modificações. A orientação a objetos também permite o encapsulamento das variáveis utilizadas, não permitindo o acesso aleatório aos dados internos do programa.

O programa foi feito de maneira a tentar generalizar as equações propostas por cada autor, expondo as suas diferenças. De forma geral, todos seguem uma mesma sequência de cálculo, que dependem das características físicas do escoamento, indicados por:

- Características dos fluidos: $\left\{ \begin{array}{l} \rho - \text{Massa específica} \\ \mu - \text{Viscosidades} \\ \sigma - \text{Tensão superficial} \end{array} \right.$
- Características do conduto: $\left\{ \begin{array}{l} D - \text{Diâmetro} \\ \beta - \text{Inclinação} \\ \varepsilon - \text{Rugosidade} \end{array} \right.$
- Características do fluxo : $\left\{ \begin{array}{l} V - \text{Velocidades superficiais (Vazões)} \\ C_0, V_d - \text{Relações entre velocidade de mistura} \\ \text{e velocidade da bolha} \end{array} \right.$

Da mesma forma, deve-se especificar o passo de cálculo “ Δhf ” e o comprimento do filme líquido desejado “ l_B ” utilizado como critério de parada do modelo. Optou-se por não utilizar a região de equilíbrio como critério de parada, pois podem ocorrer escoamentos com bolhas mais ou menos extensas que o comprimento onde a altura se torna estável, ficando a critério do usuário definir o tamanho da bolha. Um fluxograma de funcionamento do algoritmo pode ser visto na Figura 14.

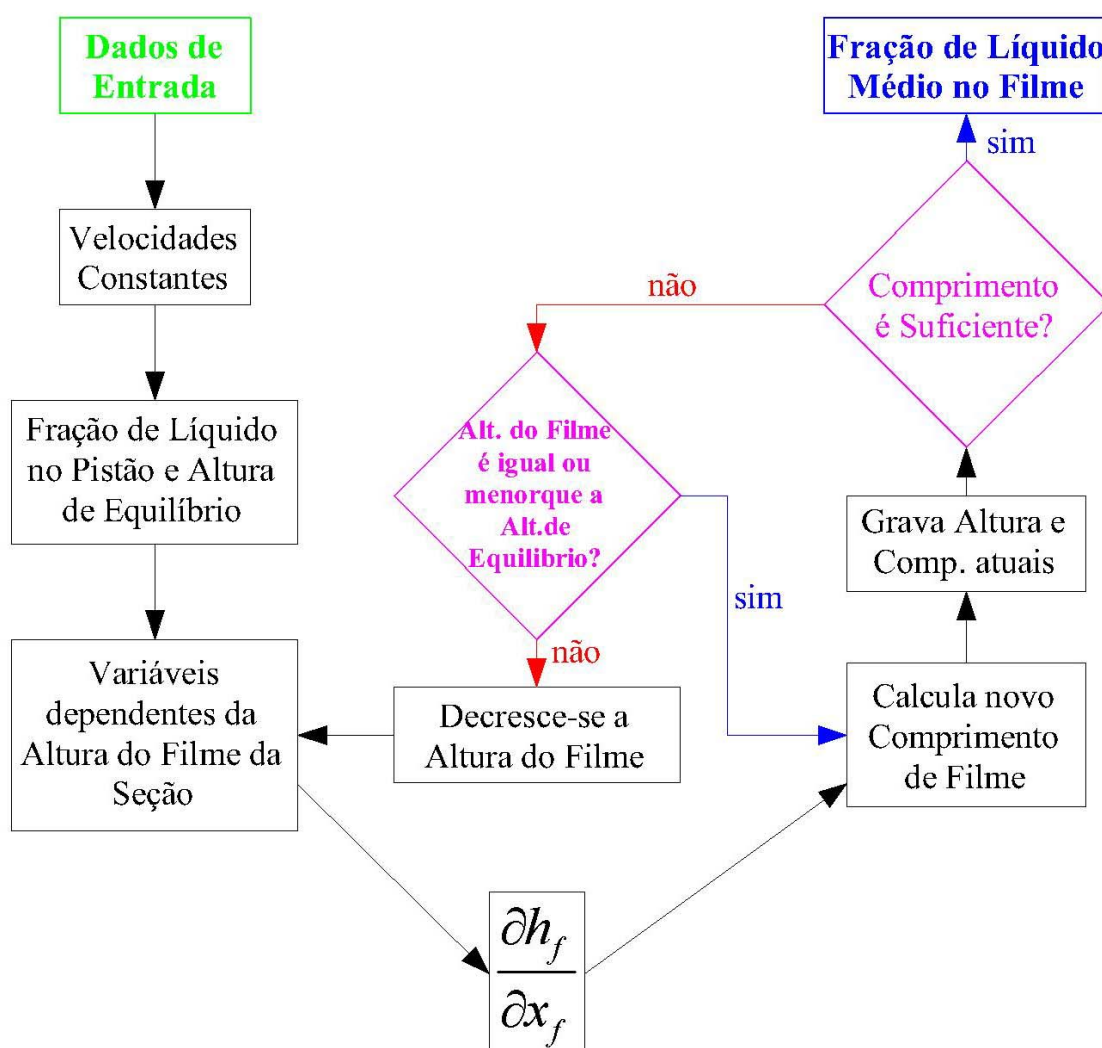


Figura 14 – Fluxograma de Funcionamento do Programa

Iniciam-se os cálculos com os parâmetros que não se modificam ao longo do processo iterativo: a velocidade da mistura, velocidade da bolha, altura de equilíbrio, fração de líquido no pistão, velocidade das bolhas dispersas no pistão (somente para TB) e os números adimensionais de Reynolds e Froude do escoamento. Em seguida passa-se ao processo iterativo, que resolverá o perfil da bolha até que o comprimento calculado satisfaça o comprimento desejado pelo usuário.

Acha-se então, as variáveis dependentes da altura de filme, como as áreas, perímetros, velocidade do filme e do gás, entre outros, tornando exequível a solução do perfil para aquela seção. Com a derivada do perfil e o passo de cálculo pode-se calcular a variação da distância, com:

$$\Delta x_f = \Delta h_f \left(\frac{\partial h_f}{\partial x_f} \right)^{-1}, \quad (5.1)$$

onde os valores da derivada e da variação da altura são negativos.

Logo, o par distância \times altura, necessário para a construção da bolha, é dado pela somatória de todas as variações anteriores até aquela seção, representada por:

$$\langle x_f \rangle_n = \sum_n^{i=1} \langle \Delta x_f \rangle_i, \quad (5.2)$$

$$\langle h_f \rangle_n = \sum_n^{i=1} \langle \Delta h_f \rangle_i = 1 + n \cdot \Delta h_f, \quad (5.3)$$

onde “ n ” representa o número da seção atual.

O último valor atribuído a altura de filme deve ser o da altura de equilíbrio, que indica o final da variação do perfil, e deve-se manter constante até que o comprimento se iguale ou supere o comprimento desejado. Caso a altura de filme assuma valor menor, podem ocorrer instabilidades numéricas e a conseqüente falha dos modelos.

No intuito de se incorporar o algoritmo em outros programas, o algoritmo grava, a cada passo de cálculo, o perfil da bolha em um arquivo texto externo, que também pode ser acessado e utilizado por outros programas. O código implementado também calcula e retorna a fração média de líquido no filme. Sendo fornecido como resposta quando se executa a função que prediz do perfil da bolha. Para o cálculo da fração média se utiliza o conceito analítico de média, ou seja:

$$\overline{R_f} = \frac{1}{l_B} \int_0^{l_B} R_f dx = \frac{1}{l_B} \sum_n^{i=1} \left(\langle \Delta R_f \rangle_i \langle \Delta x_f \rangle_i \right). \quad (5.4)$$

Fazendo essa operação para cada iteração, obtém-se um perfil que relaciona a fração de líquido média pelo comprimento da bolha.

Todos os modelos seguem o mesmo procedimento indicado na Figura 14, sendo distinto somente nos cálculos da velocidade da bolha e do fator de atrito e pela desconsideração de alguns termos da equação.

Pode-se comparar cada modelo para uma melhor análise do seu comportamento.

A rugosidade do conduto somente é utilizada nos cálculos do fator de atrito de TB e KS. Assim como, a tensão superficial é utilizada nos cálculos por TB e FN.

5.2 COEFICIENTE DE ATRITO

Para um regime laminar, onde $Re < 2000$, todos os modelos sugerem a utilização da formulação de Fanno com:

$$f_K = \frac{16}{Re} \quad (5.5)$$

Para um regime de transição e turbulento, com $Re > 2000$, cada autor utiliza um tipo de equação. A Tabela 4 faz um demonstrativo das equações utilizadas por cada autor, separando-os em fase líquida, fase gasosa e interface.

DH utilizam uma equação para tubo liso, em função somente do número de Reynolds no escoamento. Já NAG fizeram uso de várias equações, sendo escolhida para cada fluxo pelo tipo e características do escoamento.

KS inseriram o fator de atrito para a interface, dependente diretamente do número de Reynolds da fase gasosa, e para a fase líquida utilizou uma correlação entre o a turbulência do escoamento e a rugosidade do duto.

TB foi o primeiro modelo a trabalhar com atrito sobre o gás, e utilizou a mesma equação para o cálculo do fator de atrito entre os fluidos e a parede, sendo calculada pelo número de Reynolds e pelo diâmetro hidráulico da fase. Em compensação, para a interface, atribuiu um valor constante, independente das características do escoamento.

FN faz uma análise utilizando Blasius, onde os fatores de atrito estão em função do número de Reynolds de suas respectivas fases, com valores iguais na fase gasosa e na interface.

Tabela 4 – Coeficientes de atrito dos modelos

Modelo	Equação	
	Líquido ou Gás	Interface
DH.		$f_L = \left[0,0014 + 0,125(\text{Re}_M)^{-0,32} \right]$
	Re < 3000	$f_L = 4,51 \cdot 10^{-5} (\text{Re}_M)^{0,631}$
	Re > 3000	$f_L = \frac{0,059}{(\text{Re}_M)^{0,216}}$
	Re < 3000	$f_L = 1,11 \cdot 10^{-4} (\text{Re}_M)^{0,563}$
	Re > 3000	$f_L = \frac{0,068}{(\text{Re}_M)^{0,239}}$
KS.		$f_L = \frac{1}{4} \left\{ -2 \log \left[\frac{\varepsilon}{3,7065D} - \frac{5,0452}{\text{Re}_M} \log \left(\frac{1}{2,28257} \left(\frac{\varepsilon}{D} \right)^{1,1098} + \frac{5,8506}{(\text{Re}_M)^{0,8981}} \right) \right] \right\}^{-2}$
TB.		$f_K = 0,001375 \left[1 + \left(2 \cdot 10^4 \frac{\varepsilon}{D_K} + \frac{10^6}{\text{Re}} \right)^{1/3} \right]$ onde $K = L$ ou G
FN.		$f_K = 0,079(\text{Re}_K)^{-0,25}$ onde $K = L$ ou G

5.3 EQUAÇÕES DO PERFIL

Na construção do programa, é preciso implementar apenas a equação (3.45) para o perfil. Esta equação engloba todos modelos, sendo diferente somente na presença ou não dos termos. A tabela 5 resume os termos que compõem cada modelo, permitindo a inseri-los ou retirar-los da modelagem numérica conforme sua conveniência.

Na implementação de FN, deve-se utilizar a simplificação apresentada pela equação (3.95) e também deve-se inserir um termo de tensão do líquido na região de equilíbrio.

Tabela 5 – Parcelas da equação dos modelos

Modelo	Termo TL	Termo TI	Termo TG	Termo GL	Termo GG	Termo IL	Termo IG	Termo HC	Termo HS
DH	X	-	-	X	-	X	-	X	-
NAG	X	-	-	X	-	X	-	X	-
KS	X	X	-	X	-	X	-	X	-
TB	X	X	X	X	X	X	X	X	X
FN*	X	-	-	-	-	X	-	X	X

X	PRESENTE
-	AUSENTE
*	POSSUI UM TERMO ADICIONAL

Por conveniência, repetir-se-ão as equações executadas no programa.

Para DH e NAG:

$$\frac{\partial h_f}{\partial x} = \frac{\frac{\tau_f S_f}{A_f} + \rho_L g \sin \beta}{\left[-\frac{\rho_L}{R_f} U_f^2 + \frac{g D \pi \rho_L}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cos(\beta) \right]} \frac{\partial R_f}{\partial h_f} \quad (5.6)$$

Para KS:

$$\frac{\partial h_f}{\partial x} = \frac{\frac{\tau_f S_f}{A_f} - \frac{\tau_i S_i}{A_f} + (\rho_L - \rho_G) g \sin \beta}{\left[-\frac{\rho_L}{R_f} U_f^2 + \frac{g D \pi \rho_L}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cos(\beta) \right]} \frac{\partial R_f}{\partial h_f} \quad (5.7)$$

Para TB:

$$\frac{\partial h_f}{\partial x} = \frac{\frac{\tau_f S_f}{A_f} - \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_G} + \frac{1}{A_f} \right) - \frac{\tau_G S_G}{A_f} + (\rho_L - \rho_G) g \sin \beta}{\left[-\frac{\rho_L}{R_f} U_f^2 - \frac{\rho_G}{R_G} U_G^2 + (\rho_L - \rho_G) \frac{g D \pi}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cos(\beta) \right]} \frac{\partial R_f}{\partial h_f} \quad (5.8)$$

Para FN:

$$\frac{\partial h_f}{\partial x_f} = \frac{\frac{\tau_f S_f}{A_f} - \frac{\tau_{f\infty} S_{f\infty}}{A_{f\infty}}}{\left[-\frac{\rho_L}{R_f} U_f^2 + (\rho_L - \rho_G) \frac{g D \pi}{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right]} \frac{\partial R_f}{\partial h_f} \quad (5.9)$$

6 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DOS MODELOS

Pode-se começar uma avaliação, reconhecendo os termos de maior importância que define o perfil da bolha. Isso é importante, pois se pode analisar aos dados de entrada de forma a poder prever a confiabilidade do modelo a partir da segurança dos elementos fornecidos ao programa. Fazendo uma avaliação para cada termo integrante da equação (3.45), pode-se observar a sua relevância no cálculo do perfil. A fim de se verificar as importâncias de cada termo gerou-se perfil para A@W¹³ em um duto liso com 26 mm de diâmetro, sem inclinação e com $R_S = 1$, $C_0 = 1,12$ e sem deslizamento ($V_d=0$). Para o líquido e o gás foi assumido uma velocidade superficial de 0,33 m/s e 1,67 m/s, respectivamente. Pode-se observar na Figura 15 a evolução, em escala logarítmica, dos termos em relação ao comprimento da bolha. É importante frisar que o comprimento não é proporcional ao passo de cálculo, nem mesmo ao número de iterações realizadas, mas é utilizado para visualização mais clara quando comparada à derivada que exprime o perfil da bolha (cujo eixo “y” está do lado direito do gráfico).

Os termos que compõem o numerador da equação (3.45) (TL, TI, TG) possuem escalas menores que os valores assumidos pelos membros do denominador (IL, IG, HL e HG), fazendo com que $\partial h_f / \partial x_f$ seja menor que 1. Os termos GG e GL do numerador não são apresentados e analisados, pois se considerou o tubo como sendo horizontal. Da ordem de grandeza dos termos, mostrados na Figura 15 pode-se observar que os termos de maior importância na determinação do perfil da bolha é o TL, IL e HL, que representa a tensão no filme de líquido, a inércia do líquido e o termo hidrostático devido à variação do filme de líquido, respectivamente. Mesmo o termo TL sendo o menor valor, ele é importante no desenho do perfil, pois determina o equilíbrio do filme, sofrendo grande variação, levando a derivada a valores próximos a zero. Desta forma, pode-se afirmar que TL, IL e HL são as grandezas mais representativas na definição do perfil da bolha onde a pressão é próxima a atmosférica. Já, em escoamentos onde a pressão é elevada, as características do gás se alteram, fazendo com que os termos pertinentes ao gás assumam valores mais próximos ao do líquido, não podendo mais ser desprezados no equacionamento.

¹³ Nas simulações foram consideradas as propriedades como as mesmas da dos dados experimentais, sendo que para a água a densidade é 999 kg/m³ e viscosidade é 10⁻³ m²/s. Para o gás a densidade é 1,17 kg/m³ e viscosidade é 1,5x10⁻⁵ m²/s

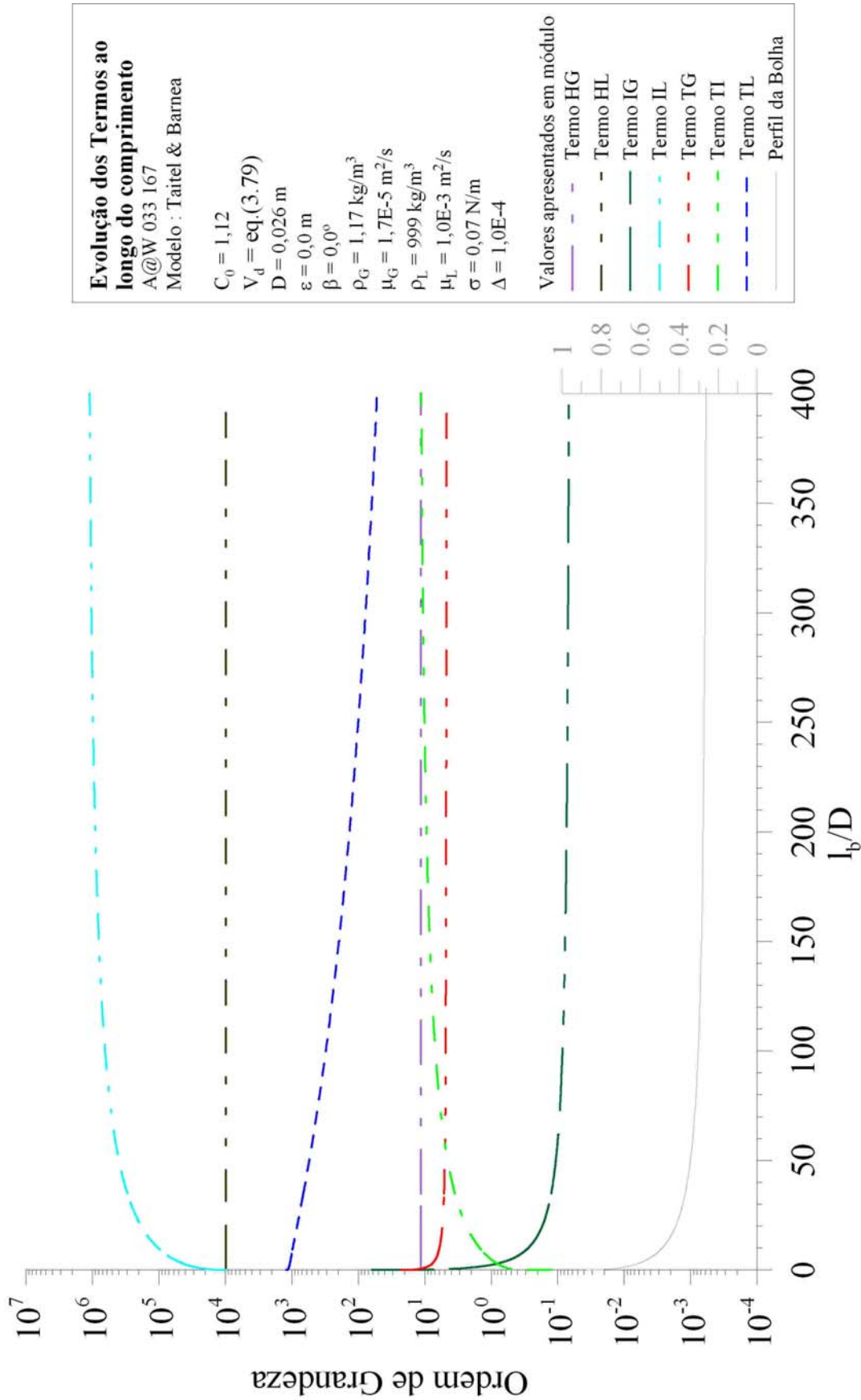


Figura 15 – Progresso dos Termos ao Longo do Comprimento em um Escoamento Horizontal

Para analisar os efeitos da pressão sobre o perfil da bolha, pode-se primeiramente, considerar o ar como um gás perfeito em um escoamento isotérmico, onde a pressão “ P ”, o volume “ V ” e a temperatura “ T ” são constantes ao longo do processo, ou seja:

$$\frac{PV}{T} = nR = \text{CTE} . \quad (6.1)$$

Utilizando a equação da conservação de massa, pode-se escrever o volume como::

$$V = \frac{\dot{m}}{\rho_G} t , \quad (6.2)$$

onde “ \dot{m} ” é o fluxo de massa e “ t ” é a variável tempo, que não variam durante o processo. Logo, substituindo (6.2) em (6.1), e considerando o escoamento como um processo isotérmico, ou seja, sem transferência de calor, obtém-se:

$$\frac{P}{\rho_G} = \text{CTE} \quad (6.3)$$

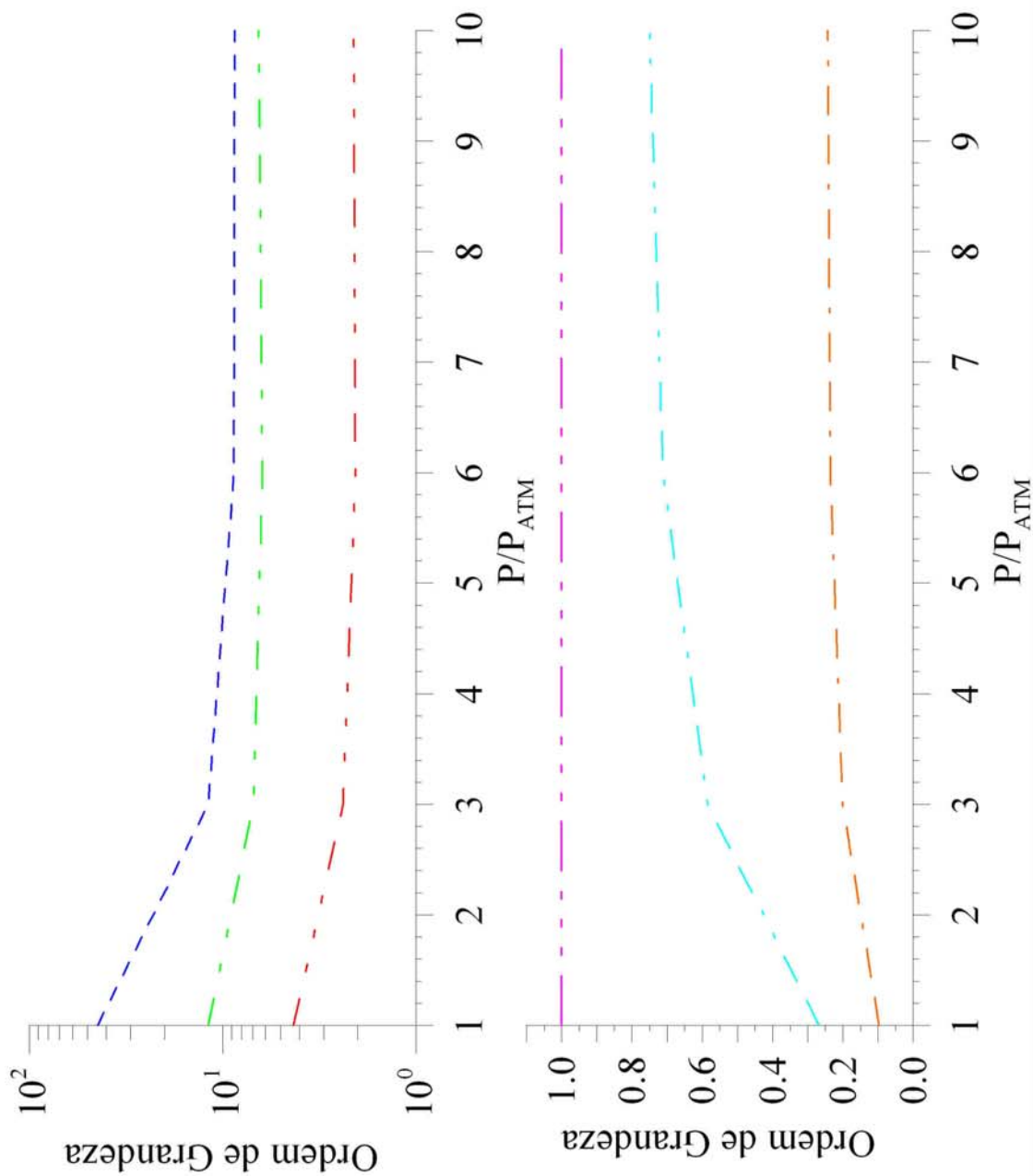
Utilizando também a equação da conservação de massa, chega-se a:

$$J_G \rho_G = \text{CTE} \quad (6.4)$$

Assim, é possível verificar o comportamento dos termos em escoamentos de pressão mais elevada, conforme mostrado na Figura 16. Pode-se observar que o aumento da pressão faz com que os termos hidrostáticos se tornem expressivos.

Os valores coletados para cada ponto de pressão para a Figura 16 e para a Figura 17 foram aqueles apresentados a 400D do início da bolha, distância escolhida por representar muito pouca variação dos termos analisados.

Na Figura 18 e na Figura 19 encontram-se os valores coletados a 10 diâmetros de distância do nariz da bolha, que se mostram próximos aos valores encontrados a 400 diâmetros do nariz da bolha.



Evolução dos Termos ao longo do comprimento

Modelo : Taitel & Barnea

A@W

$JL = 0,33 \text{ m/s}$

$JG = P_{ATM} / P * 1,67 \text{ m/s}$

$C_0 = 1,12$

$V_d = 0$

$D = 0,026 \text{ m}$

$\varepsilon = 0,0 \text{ m}$

$\beta = 0,0^\circ$

$\rho_G = P/P_{ATM} * 1,17 \text{ kg/m}^3$

$\mu_G = 1,7E-5 \text{ m}^2/\text{s}$

$\rho_L = 999 \text{ kg/m}^3$

$\mu_L = 1,0E-3 \text{ m}^2/\text{s}$

$\sigma = 0,07 \text{ N/m}$

$\Delta = 1,0E-4$

Valores apresentados em módulo Coletados a 400D do nariz da bolha

Figura 16 – Progresso dos Termos Presentes no Numerador com o Aumento da Pressão, a 400 Diâmetros do Nariz da Bolha

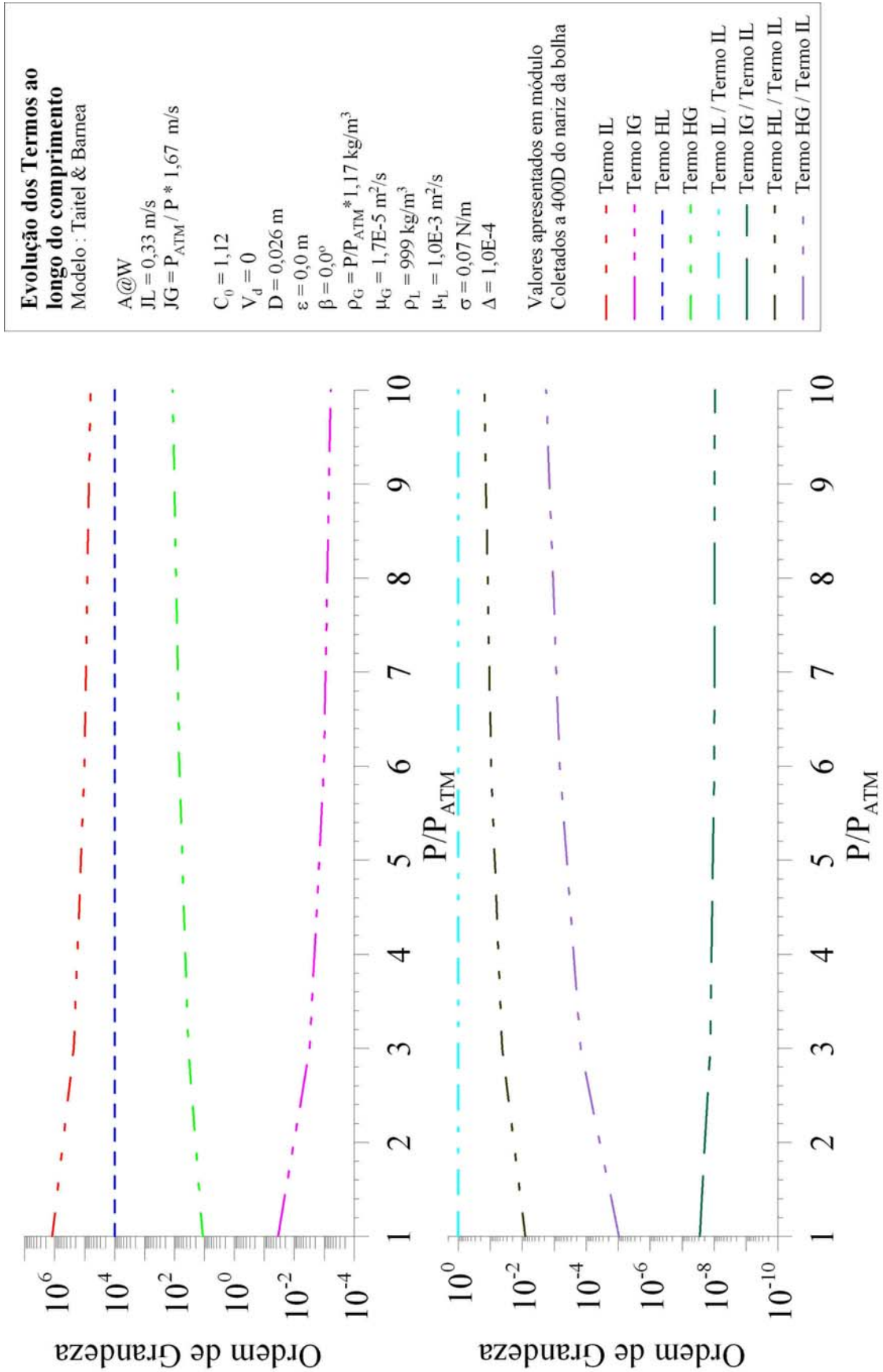


Figura 17 – Progresso dos Termos Presentes no Denominador com o Aumento da Pressão, a 400 Diâmetros do Nariz da Bolha.

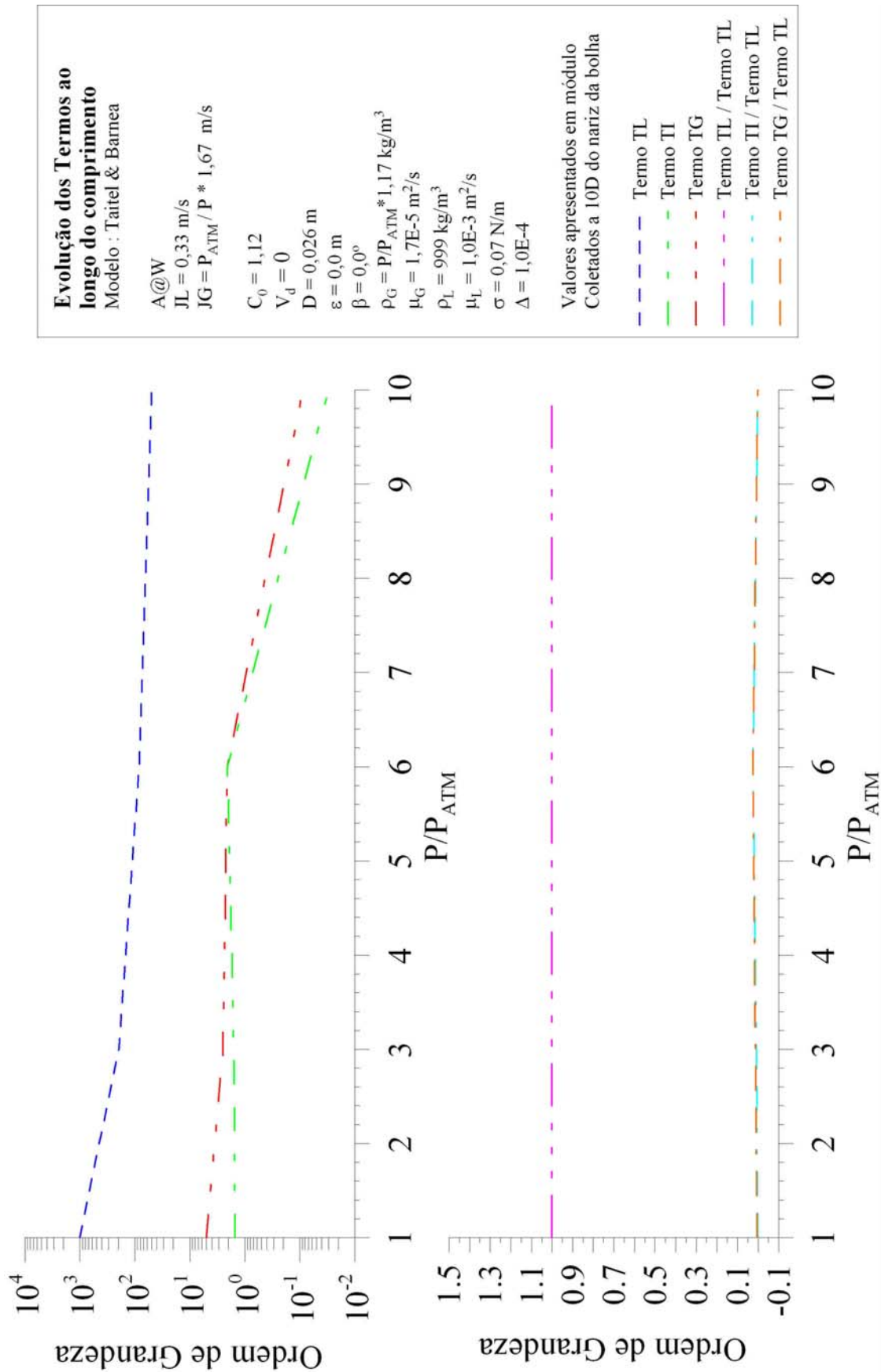


Figura 18 – Progresso dos Termos Presentes no Numerador com o Aumento da Pressão, a 10 Diâmetros do Nariz da Bolha

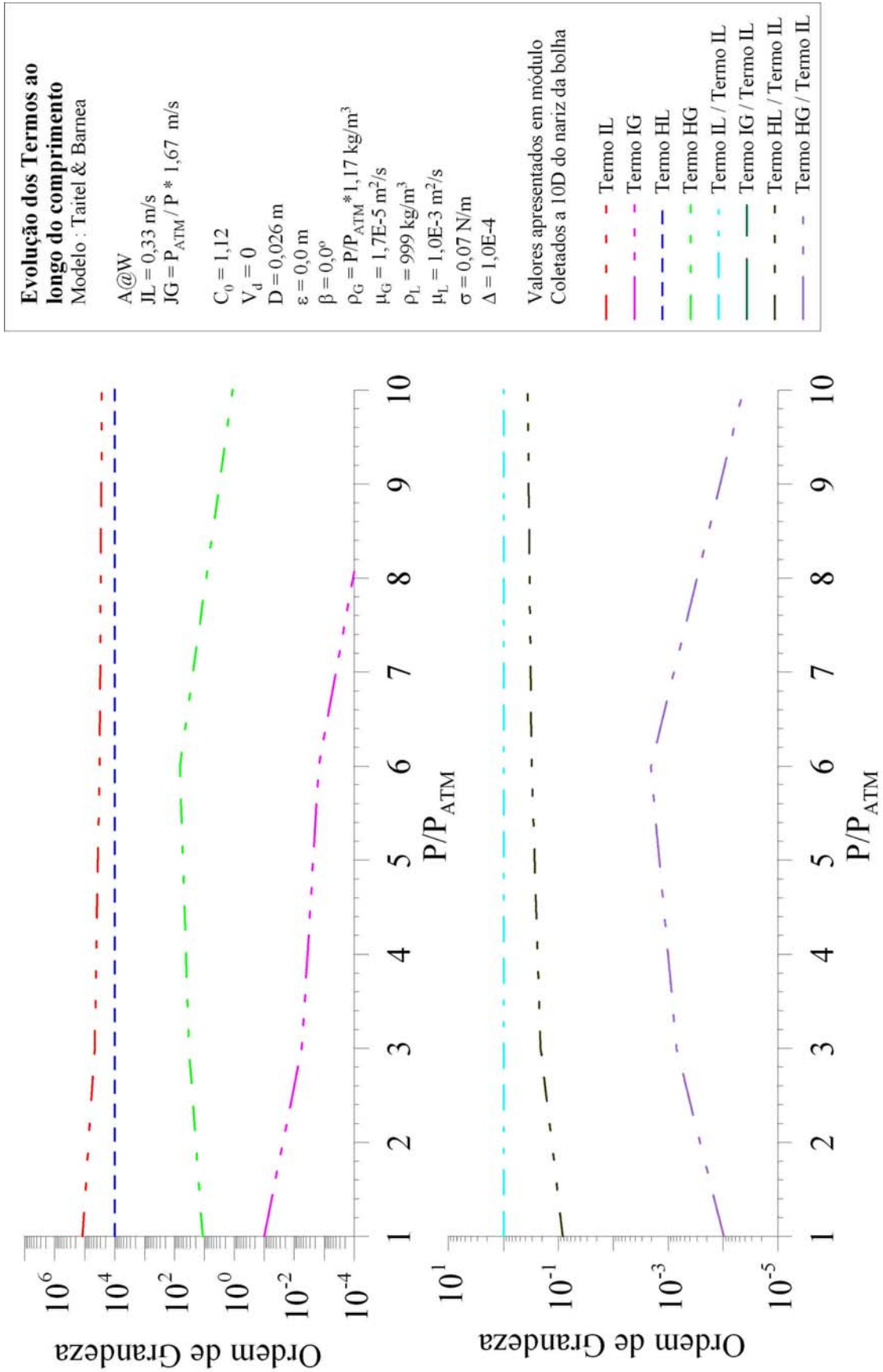


Figura 19 – Progresso dos Termos Presentes no Denominador com o Aumento da Pressão, a 10 Diâmetros do Nariz da Bolha.

A Figura 17 mostra os termos do numerador e do denominador adimensionalizados pelo termo mais influente, no caso TL para o numerador e IL para o denominador. Nota-se que a proporcionalidade se mantém mesmo com o aumento da pressão, com exceção dos termos hidrostáticos.

É importante ressaltar que para que ocorra o escoamento intermitente, deve-se respeitar o mapa de fluxo apresentado na Figura 13. Portanto, valores onde $P/P_{atm} > 10$ não caracterizam um escoamento intermitente devido à excessiva redução na velocidade do gás.

O modelo ainda continua resolvendo o perfil da bolha com pressões acima de dez vezes a pressão atmosférica. Isso demonstra que o algoritmo não consegue prever a faixa de ocorrência do padrão intermitente, cabendo ao usuário a tarefa de averiguar se os dados fornecidos são coerentes com a física do escoamento.

6.1 EQUACIONAMENTO

A fim de se comprovar como o atrito do filme, interface e do gás influenciam na determinação do perfil da bolha, gerou-se o perfil utilizando cada modelo estudado com os mesmos dados de entrada do estudo anterior. Como se assumiu $R_S = 1$, o termo IG presente no modelo TB é nulo e, como o escoamento é considerado horizontal, os termos GG e GL são nulos em todos os modelos que consideram a inclinação. TB e FN são os únicos modelos que incluem a influência hidrostática do gás (termo HG), mas como a densidade do gás é muito menor que a do líquido, o fato de considerá-lo não alterará a análise. Para contabilizar o efeito da tensão da mesma forma em todos os modelos, o coeficiente de atrito no filme de líquido, de interface e do gás, quando pertinentes, foi determinado da mesma forma. Para tanto foram utilizadas as correlações do modelo TB, equações (3.84), (3.85) e (3.88). O perfil gerado para essa situação é mostrado na Figura 20, onde se pode observar uma grande concordância entre todos os perfis gerados. Desta forma, pode-se afirmar que os termos referentes ao atrito do gás e de interface não influenciam significativamente no perfil da bolha.

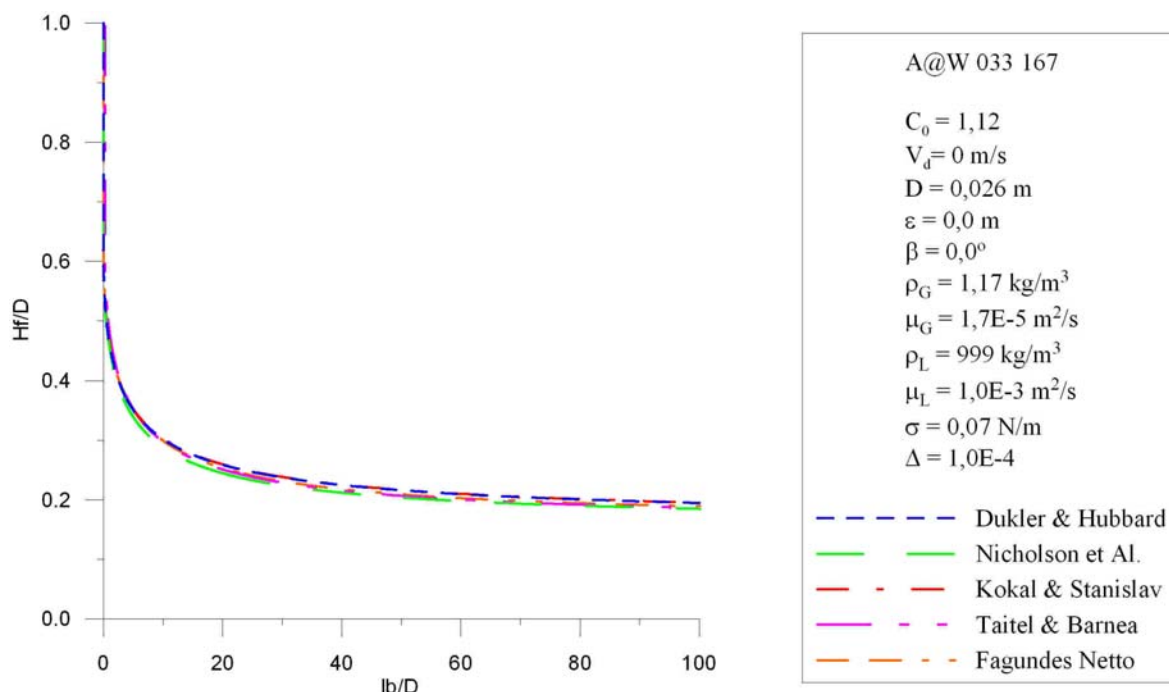


Figura 20 – Perfis de Bolhas com Dados Idênticos

6.2 PASSO DE CÁLCULO

O passo de cálculo define o quão próximo a variação da altura do filme se aproxima do infinitesimal e é determinado em relação ao diâmetro, sendo adimensional. Desta forma, define em quantas partes o diâmetro do duto será repartido para se determinar o perfil da bolha. Atua diretamente no formato do perfil, sendo fundamental para a solução dos modelos. A escolha de um passo muito grande pode implicar em um perfil incorreto, por outro lado, a escolha de um passo muito refinado consome tempo e esforço computacional sem alterações significativas no perfil da bolha. A fim de se verificar a ordem de grandeza do passo de cálculo para se obter uma solução independente, gerou-se o perfil para todos os modelos para a A@W com a velocidade superficial do líquido e do gás de 0,33 m/s e 1,67 m/s, respectivamente. A geometria do duto considerada foi como sendo a mesma do caso anterior. A determinação da velocidade do nariz da bolha (V_t) foi realizada de acordo com o proposto por cada modelo.

Todos os modelos testados respondem de forma similar com o refinamento do passo de cálculo, obtendo-se soluções independentes a partir de $\Delta h_f = 10^{-2}$ conforme se pode observar na Figura 21. Valores maiores que 10^{-2} diâmetros tende a fornecer filmes

mais espessos. Desta forma, pode-se fixar o valor de 10^{-2} para a determinação do perfil da bolha. Entretanto nos estudos realizados foi fixado o valor de 10^{-4} por dois motivos. Primeiro, com um passo mais refinado pode-se evitar problemas de instabilidades numéricas e segundo porque o tempo computacional não constituía um problema, uma vez que era determinando o perfil para um único instante de tempo e para uma única bolha.

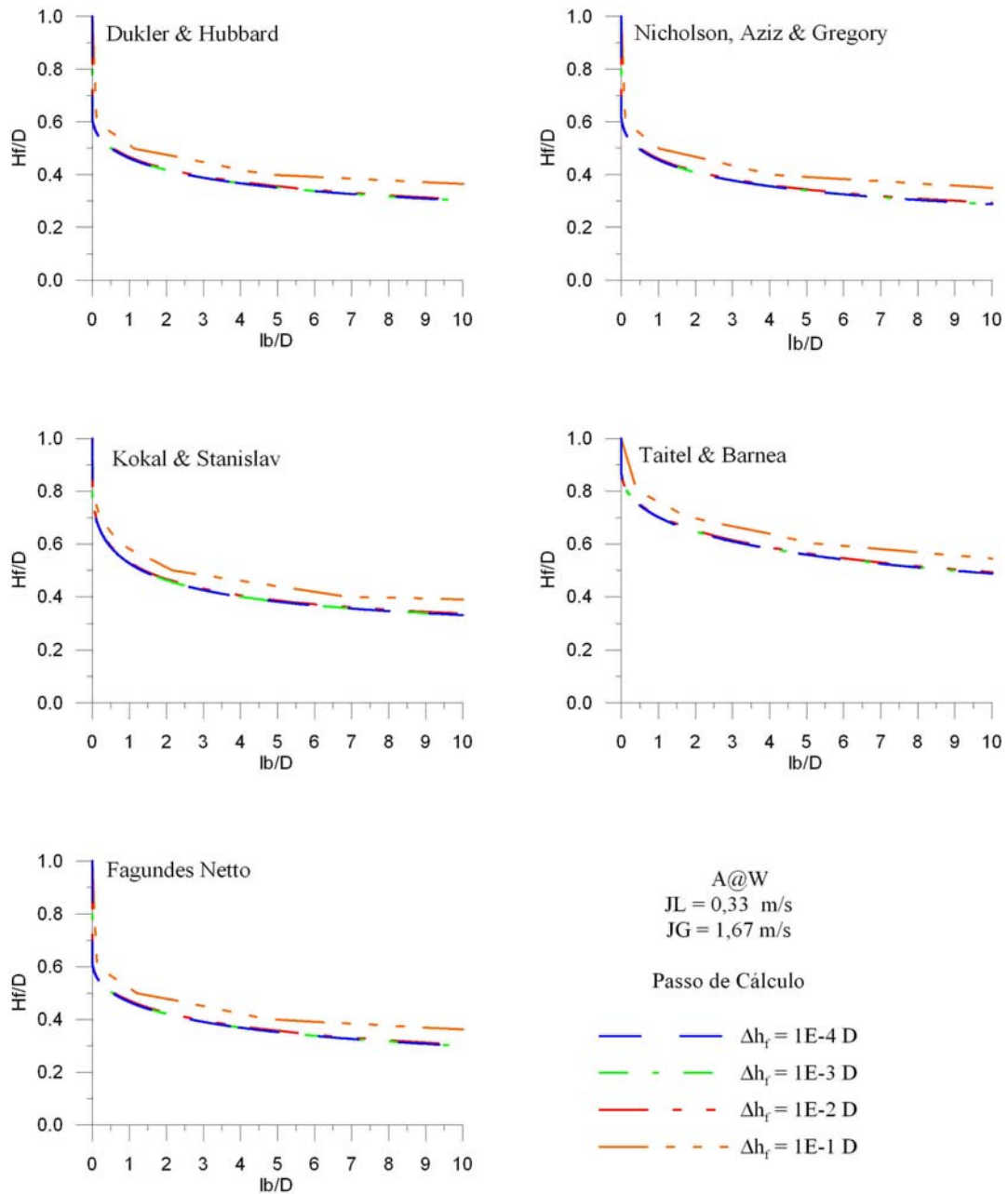


Figura 21 – Sensibilidade ao Passo de Cálculo

6.3 VELOCIDADE DE MISTURA

Para se analisar a influência da velocidade da mistura com diversas combinações de velocidades superficiais (J_L e J_G), gerou-se perfis de bolhas para os diversos modelos na configuração do teste anterior. Para o valor de “ C_θ ” foi adotado o valor de 1,12 e não foi considerado o deslizamento. Foram escolhidas duas velocidades de misturas diferentes, $V_M = 1$ e 2 m/s, obtidas com três combinações distintas de velocidades superficiais. Pode-se observar na Figura 22 e na Figura 23 que independentemente da velocidade superficiais adotadas, se a combinação delas resultar em velocidade de mistura idêntica o perfil de velocidade não se altera.

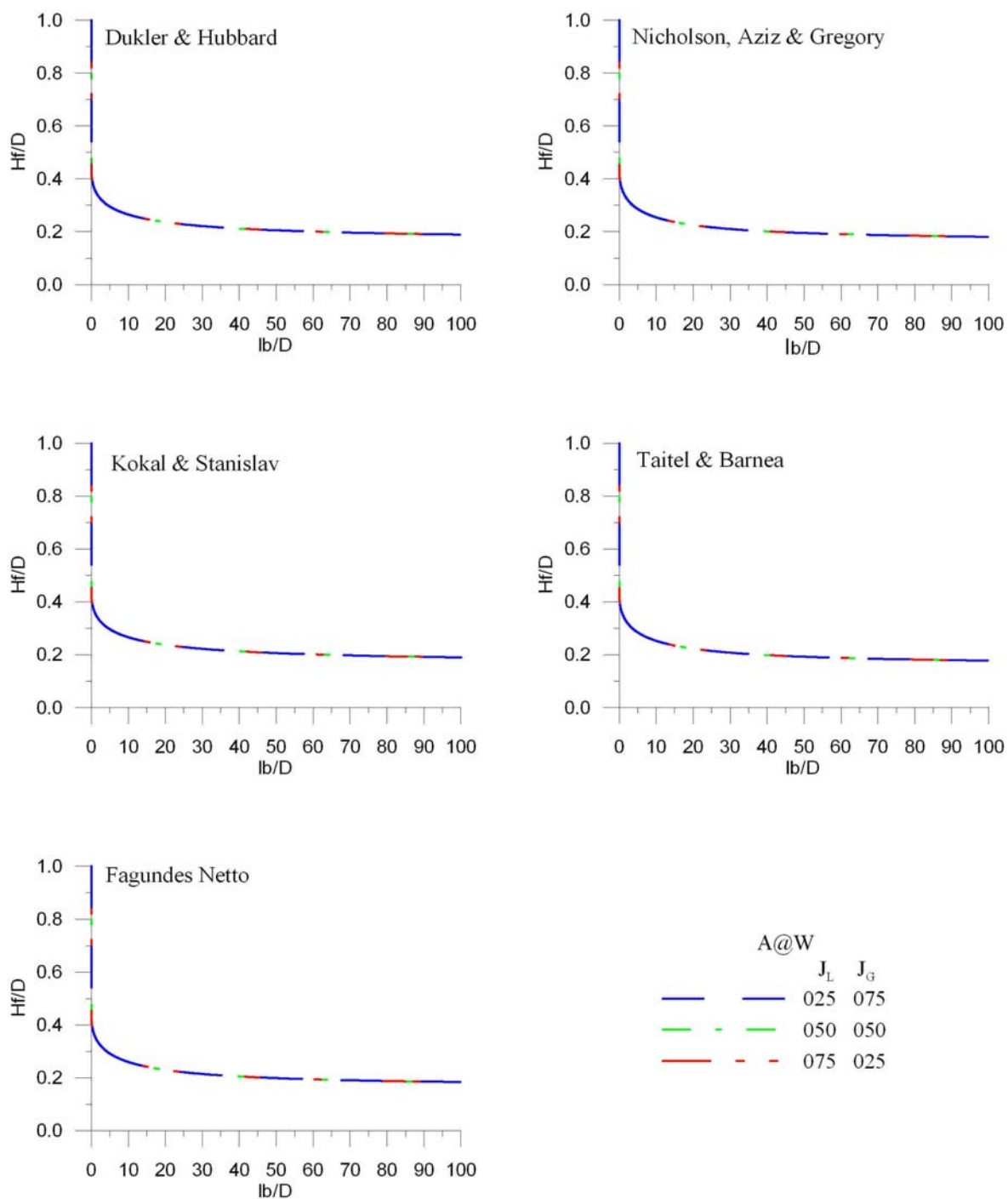


Figura 22 – Perfil da bolha para $V_M = 1$ m/s, obtidas com três combinações distintas de J_L e J_G .

Das figuras também se pode observar que mesmo alterando a velocidade de mistura, não há alteração da altura de filme líquido na região de equilíbrio. Porém, o perfil da bolha se altera, tornando-se mais suave, fazendo com que se necessite um comprimento maior até a região de equilíbrio.

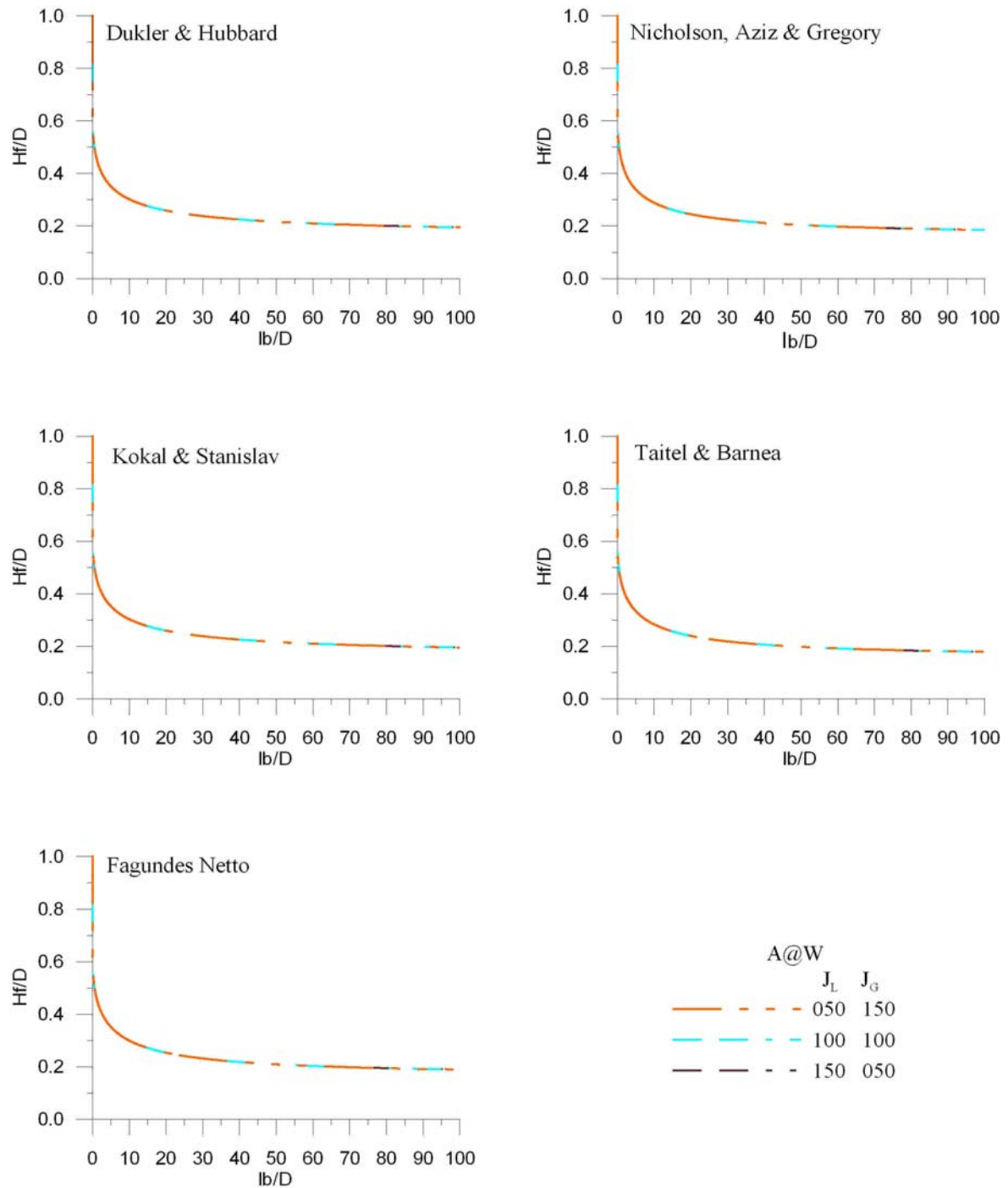


Figura 23 – Perfil da bolha para $V_M = 2$ m/s, obtidas com três combinações distintas de J_L e J_G .

6.4 VELOCIDADE DA BOLHA:

A velocidade da bolha é determinada a partir da equação (3.20), sendo portanto necessário a determinação da constante “ C_0 ” e da velocidade de deslizamento “ V_d ”. Essas

constantes têm papel fundamental na conexão da velocidade da mistura com a velocidade da bolha, mas não há correlações universais para sua determinação. Desta forma, analisou-se a influência de cada parâmetro individualmente na forma do perfil da bolha. Para tanto, considerou-se as mesmas condições do estudo anterior, variando-se apenas a forma de se determinar as constantes “ C_0 ” e “ V_d ”.

Para o estudo da influência do “ C_0 ”, foi considerado que não havia deslizamento da bolha ($V_d=0$), variando-se “ C_0 ” de 1,12 até 1,60. No caso do modelo DH, segundo a formulação apresentada pelo autor, não há a necessidade de se fixar um valor para “ C_0 ”, sendo esse determinado a partir da correlação apresentada pela equação (3.56). Contudo, para que se seja contabilizado o efeito da incerteza de “ C_0 ” da mesma forma em todos os modelos, para DH nesse estudo não foi considerado a correlação. O comportamento da incerteza de “ C_0 ” no perfil da bolha pode ser observado na Figura 24. Nota-se que quanto maior for o valor de “ C_0 ”, maior será a velocidade da bolha, mais alongada será a bolha e mais alto será o filme líquido, chegando até a 2 vezes a espessura quando aumenta-se “ C_0 ” de 1,12 para 1,60 em todos os modelos analisados. Desta forma, os modelos são extremamente sensíveis a esse parâmetro e sua correta determinação é importante para a determinação do perfil da bolha.

Um outro fator importante para o cálculo da velocidade da bolha é a velocidade de deslizamento. Esta é observada principalmente em escoamentos verticais, mas, dependendo do diâmetro do duto, pode ocorrer também em escoamentos horizontais. Como foram propostos, os únicos modelos que consideram a velocidade de deslizamento foram KS, TB e FN. Entretanto como a partir da equação (3.45) pode-se gerar todos os modelos propostos, pode-se incluir os efeitos da velocidade de deslizamento nos modelos que originalmente não a consideraram. Esse é o procedimento adotado nesse estudo. Portanto, os resultados aqui apresentados para DH e NAG não são obtidos a partir das equações originais, mas sim para a equação (3.45) com as simplificações impostas por cada autor. As condições de simulação impostas foram as mesmas do estudo anterior, mas fixando-se o valor de “ C_0 ” em 1,12 para todos os modelos. A velocidade de deslizamento foi determinada conforme recomendada pelo modelo de KS – equação (3.70) –, TB – equação (3.81) – e FN, equação (3.99). Similarmente ao que acontece com a constante “ C_0 ”, um valor maior da velocidade de deslizamento resulta em uma maior velocidade de translação e conseqüentemente um filme mais espesso.

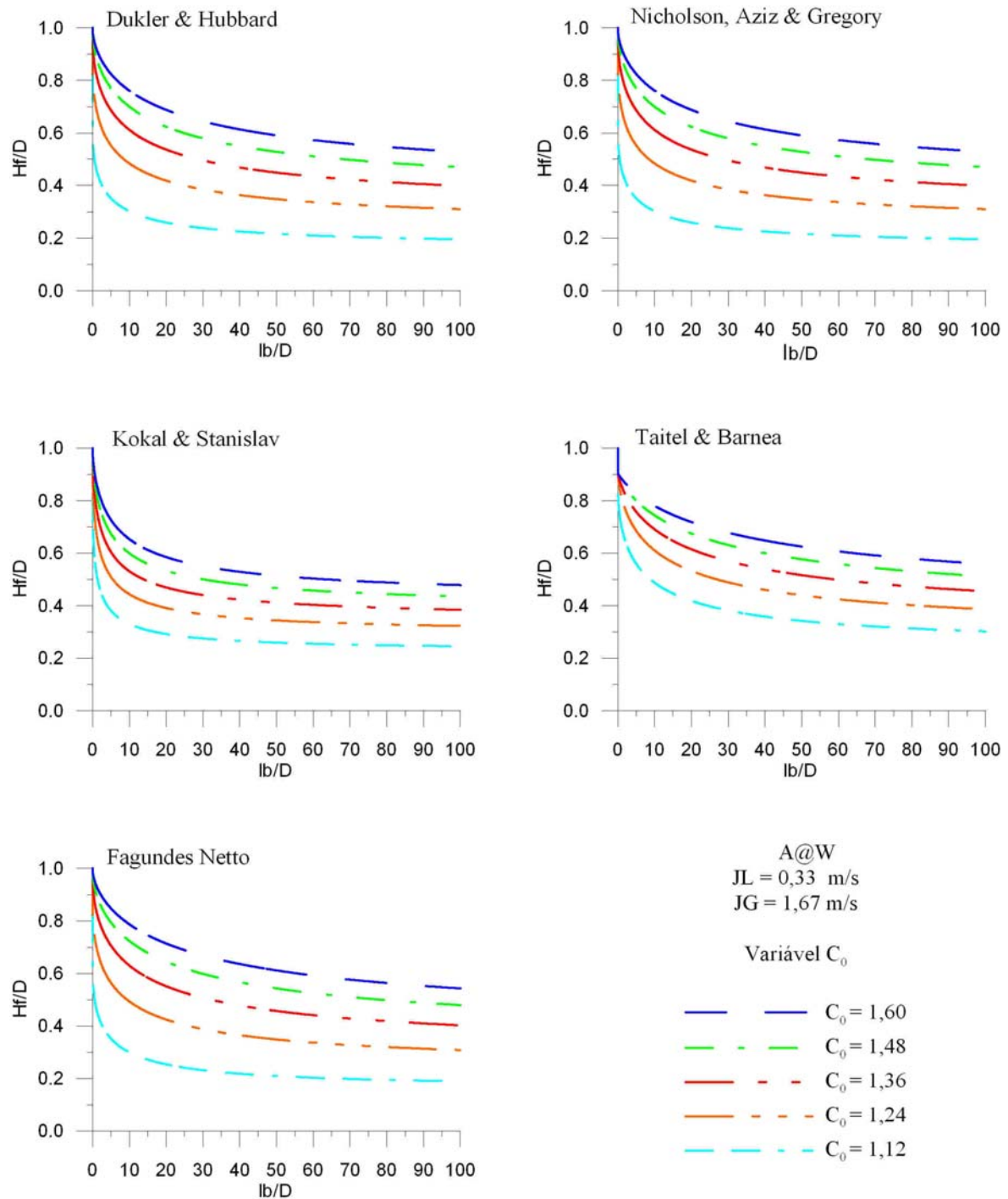


Figura 24 – Sensibilidade à Variável C_0

A Figura 25 mostra a influência da velocidade de deslizamento no perfil da bolha determinado por cada modelo. Pode-se observar que essa velocidade influencia fortemente no perfil da bolha, obtendo-se filmes até 1,5 mais espessos dependendo da correlação

adotada. Em todos os modelos analisados, a correlação apresentada por FN tende a obter um filme mais fino e a apresentada por TB tende a obter o filme mais espesso.

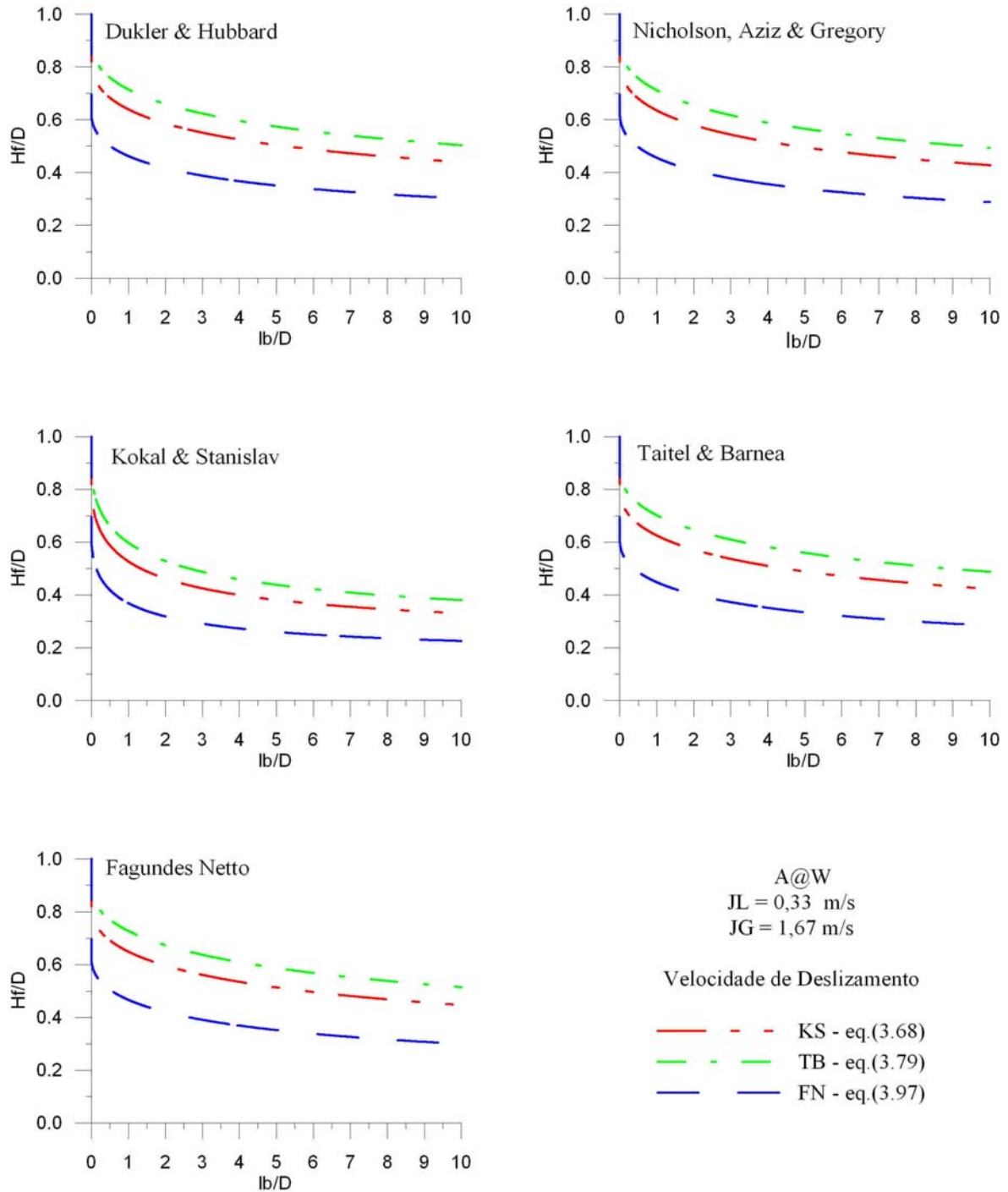


Figura 25 – Sensibilidade à Velocidade de Deslizamento utilizada por cada modelo

Note que a velocidade da bolha influencia fortemente na altura de equilíbrio, enquanto a velocidade da mistura não tem praticamente nenhum efeito sobre ela. Para entender esse efeito, uma análise sobre a equação (3.45) será realizada.

Quando está na região de equilíbrio, a equação (3.45) tem valor nulo, portanto o numerador da equação deve ser igual a zero para que a igualdade seja satisfeita, levando a:

$$\frac{1}{R_f} \frac{\tau_f S_f}{A} - \left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_G} \right) \frac{\tau_i S_i}{A} - \frac{1}{R_G} \frac{\tau_G S_G}{A} + \rho_L g \sin(\beta) - \rho_G g \sin(\beta) = 0. \quad (6.5)$$

Com base no estudo realizado no início deste capítulo, atribui-se maior importância ao termo TL, que é o principal responsável no desenho do perfil da bolha em um escoamento horizontal. Logo, pode-se desprezar os demais termos, e as variáveis geométricas do termo TL. Onde, substituindo a equação (3.46), encontra-se:

$$\tau_f = f_f \frac{\rho_L |V_f| V_f}{2} = 0. \quad (6.6)$$

Para que a equação (6.6) se torne verdadeira, é necessário que V_f assuma um valor nulo, pois as outras variáveis sempre serão positivas e maiores que zero. Utilizando as equações (3.23) e (3.20) e considerando a velocidade de deslizamento inexistente, pode-se fazer:

$$V_f = V_M \left[C_0 - (C_0 - 1) \frac{R_S}{R_{f\infty}} \right] = 0. \quad (6.7)$$

O valor de V_M pode ser retirado sem alterar a equação, não alterando também a altura de equilíbrio. Pode-se também, gerar uma estimativa para o valor da fração de líquido na região de equilíbrio, que é descrita pela equação (3.69) de NAG. Para o caso particular estudado, pode-se descrever a fração de líquido de equilíbrio como:

$$R_{f\infty} = \frac{(C_0 - 1)}{C_0} R_S. \quad (6.8)$$

Esta equação se mostra muito próxima aos valores encontrados pelos modelos, sendo um bom parâmetro para a estimativa da altura de equilíbrio. Contudo, essa região

somente é encontrada a uma distância muito grande do nariz, e provavelmente nunca será alcançada em situações reais.

A Tabela 6 mostra um comparativo dos resultados dos modelos quanto à fração média de equilíbrio, e a distância com que se encontra afastada do nariz " l_{∞} ", cuja unidade está adimensionalizada ao diâmetro do conduto. Cada modelo foi executado até que a equação (3.45) recebesse valor de $1e-9$, onde os valores do comprimento e da fração de líquido foram expostas na Tabela 6 para um comparativo. Todos os modelos consideravam somente " C_0 ", o duto foi considerado horizontal e sem rugosidade.

Diversas combinações de " C_0 " e " V_M " estão expostas na Tabela 6. Para cada valor de " C_0 " existe uma fração de líquido fornecida pela equação (6.8), que, com a retirada da velocidade de deslizamento dos modelos, se mostra bem próxima aos valores encontrados numericamente.

Ao executar os modelos submetidos a velocidades de misturas diferentes e " $C_0=1,12$ " percebe-se que a fração de líquido de equilíbrio se mantém igual, somente mudando o comprimento do filme. Isso significa que o filme toma uma distância maior até entrar na região de equilíbrio, possuindo um perfil mais brando.

Tabela 6 – Comparação Entre Fração de Líquido na Região de Equilíbrio para Diversas Configurações

V_M	C_0	$R_{f\infty}$ <i>calc.</i>	DH		NAG		KS		TB		FN	
			l_∞	$R_{f\infty}$	l_∞	$R_{f\infty}$	l_∞	$R_{f\infty}$	l_∞	$R_{f\infty}$	l_∞	$R_{f\infty}$
1	1,60	0,3750	$7,1 \cdot 10^5$	0,3750	$1,2 \cdot 10^6$	0,3750	7.123	0,3745	4.437	0,3844	$1,0 \cdot 10^8$	0,3922
	1,48	0,3243	$6,1 \cdot 10^5$	0,3243	$1,0 \cdot 10^6$	0,3243	7.011	0,3241	2.233	0,3315	$3,3 \cdot 10^7$	0,3243
	1,36	0,2647	$3,2 \cdot 10^5$	0,2647	$6,0 \cdot 10^5$	0,2647	5.550	0,2640	2.002	0,2697	$1,5 \cdot 10^7$	0,2647
	1,24	0,1935	$5,6 \cdot 10^6$	0,1935	$6,4 \cdot 10^5$	0,1935	4.151	0,1932	1.758	0,1963	$1,4 \cdot 10^7$	0,1935
1	1,12	0,1071	$1,2 \cdot 10^6$	0,1071	$1,4 \cdot 10^5$	0,1071	98.941	0,1070	3.402	0,1080	$1,6 \cdot 10^7$	0,1105
2			$1,4 \cdot 10^6$	0,1071	$1,7 \cdot 10^5$	0,1071	4.717	0,1070	1.150	0,1050	$1,9 \cdot 10^7$	0,1105
3			$1,5 \cdot 10^6$	0,1071	$1,9 \cdot 10^5$	0,1071	6.005	0,1070	1.361	0,1025	$2,1 \cdot 10^7$	0,1105
4			$1,6 \cdot 10^6$	0,1071	$2,0 \cdot 10^5$	0,1071	5.232	0,1070	1.669	0,9998	$2,3 \cdot 10^7$	0,1105

6.5 INCLINAÇÃO

A inclinação tem papel importante no mapa de fluxo, alterando os domínios de fluxo, reduzindo ou aumentando a abrangência dos tipos de escoamento. Em inclinações negativas há uma tendência de ocorrer fluxos estratificados ao invés de intermitente. Já em inclinações positivas, há uma forte tendência da velocidade do filme de líquido inverter o seu sentido de escoamento, quando observada de um referencial não inercial. Os modelos são capazes de resolver o perfil no intervalo de $-10^0 < \beta < 90^0$. Para valores menores que cinco graus negativos, a altura de filme de equilíbrio se torna muito elevado, forçando a um escoamento a seção plena ($h_{f\infty} = D$).

Visando estudar a influência da inclinação do duto, o perfil da bolha foi determinado usando-se os modelos estudados nas condições impostas no estudo anterior. Nesse estudo o modelo de FN não foi considerado porque não prevê a inclinação do duto. Para a constante “ C_θ ” em todos os modelos foi considerado o valor de 1,12 e a velocidade de deslizamento foi determinada de acordo com o proposto por cada modelo bem como o fator de atrito.

Pode-se observar na Figura 28 que, independente do modelo empregado, o comportamento do perfil da bolha com a inclinação é similar. Observa-se uma tendência de se obter filmes mais espesso para inclinações negativas ($\beta = -5^\circ$) quando comparados com inclinações positivas ($\beta = 15^\circ$), chegando a apresentar espessuras de até 1,3 vezes maior.

Conforme se aumenta a inclinação, a espessura do filme de líquido tende a diminuir, mas é desconhecida a coerência do perfil da bolha. Com o aumento da inclinação, a premissa básica para a solução do filme é perdida: a superfície do líquido deixa de ser plana, conforme mostrado na Figura 8, e passa a ter forte influência da gravidade e da capilaridade. Sabe-se somente que o nariz da bolha tende a se deslocar para o eixo do duto, adotando uma geometria simétrica.

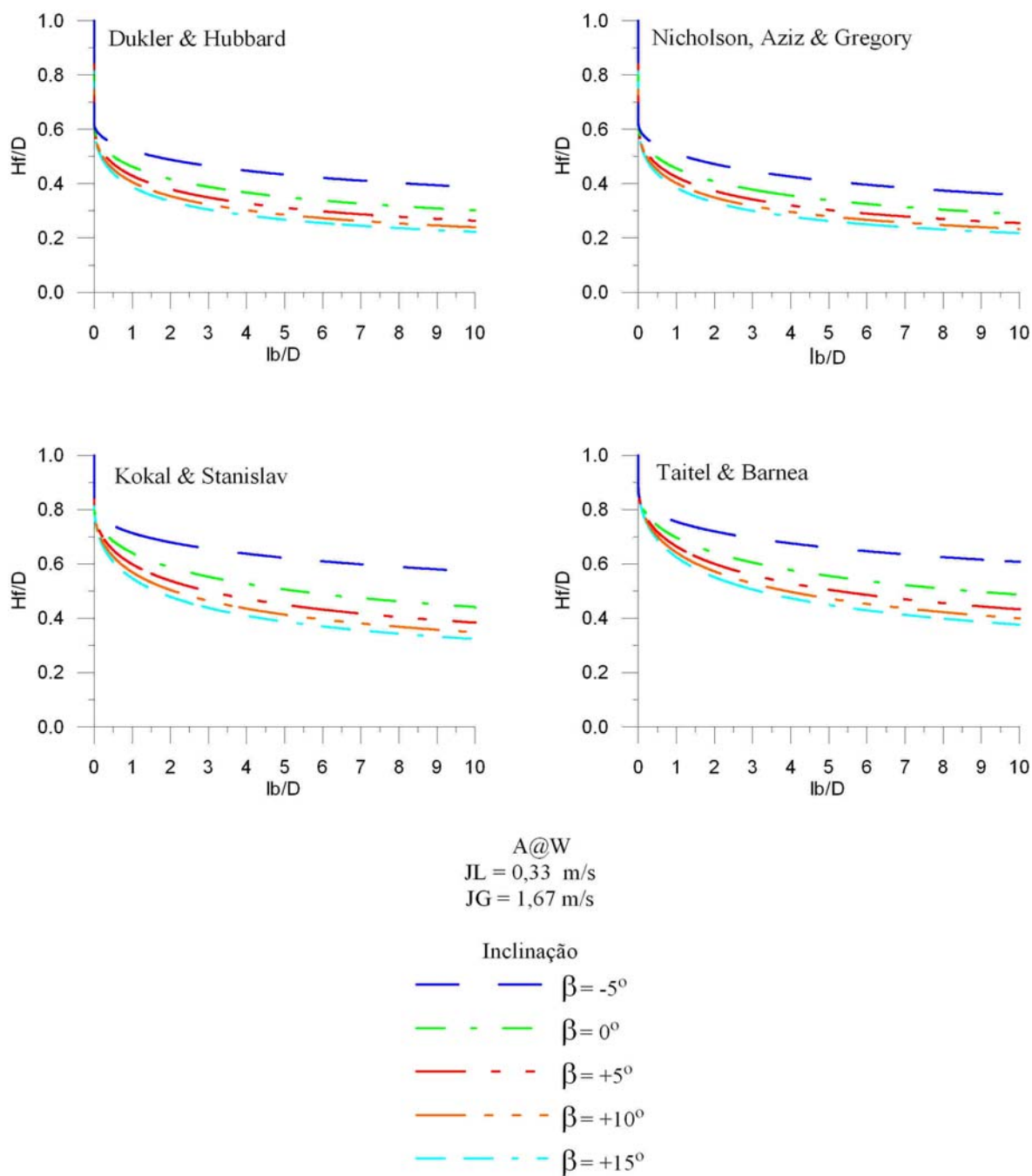


Figura 26 – Sensibilidade à Diferentes Inclinações

6.6 FATORES DE ATRITO

O fator de atrito altera tanto a forma da bolha, quanto a altura de equilíbrio. Cada autor propõe uma forma distinta para se determinar o fator de atrito para o filme, interface

e gás, quando pertinente. Como se observou na Figura 15, o termo TL é o que tem maior influência dos termos referentes a tensão de cisalhamento. Desta forma, um estudo comparativo das formas propostas pelos autores para a determinação do fator de atrito na escala log-log é mostrado na Figura 27, em função do número de Reynolds. Independente da correlação utilizada pode-se observar na Figura 27 que não há uma variação significativa do fator de atrito calculada conforme a proposta de cada um dos autores, principalmente para Reynolds maiores que 10^3 e menores que 10^5 .

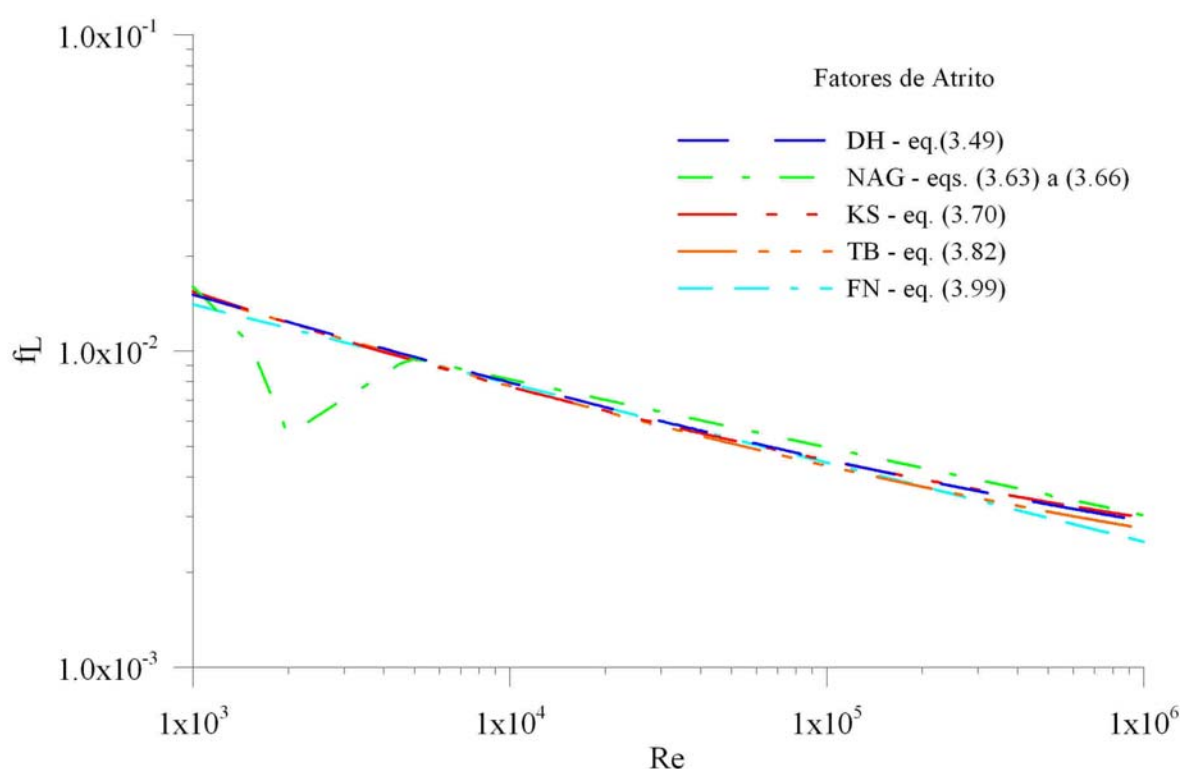


Figura 27 – Valores do Fator de Atrito para Diversos Reynolds

Para se determinar a influência da correlação do fator de atrito no perfil da bolha, o perfil da bolha para cada modelo foi gerado para A@W em um duto liso com 26 mm de diâmetro, sem inclinação. Para o líquido e o gás foi assumido uma velocidade superficial de 0,33 m/s e 1,67 m/s, respectivamente. As constantes “ C_0 ” foram consideradas como sendo 1,2 para todos os modelos e “ V_d ” foi determinado de acordo com o proposto por cada autor. O coeficiente de atrito da interface e do gás quando pertinentes foi determinado de acordo com as propostas originais. Os perfis para a bolha proposta por cada autor e variando-se as correlações para o fator de atrito é mostrada na Figura 28. Pode-se observar

que para a combinação de A@W, o perfil da bolha não se altera, independentemente da correlação adotada. Mas, deve-se lembrar que o modelo de TB diferencia o fator de atrito, calculando-o em função do Reynolds do filme líquido. Então, quando a viscosidade ou a densidade do líquido se modifica, o fator de atrito para este equacionamento tem uma alteração maior que nos modelos que consideram o fator de atrito em função do Reynolds da mistura.

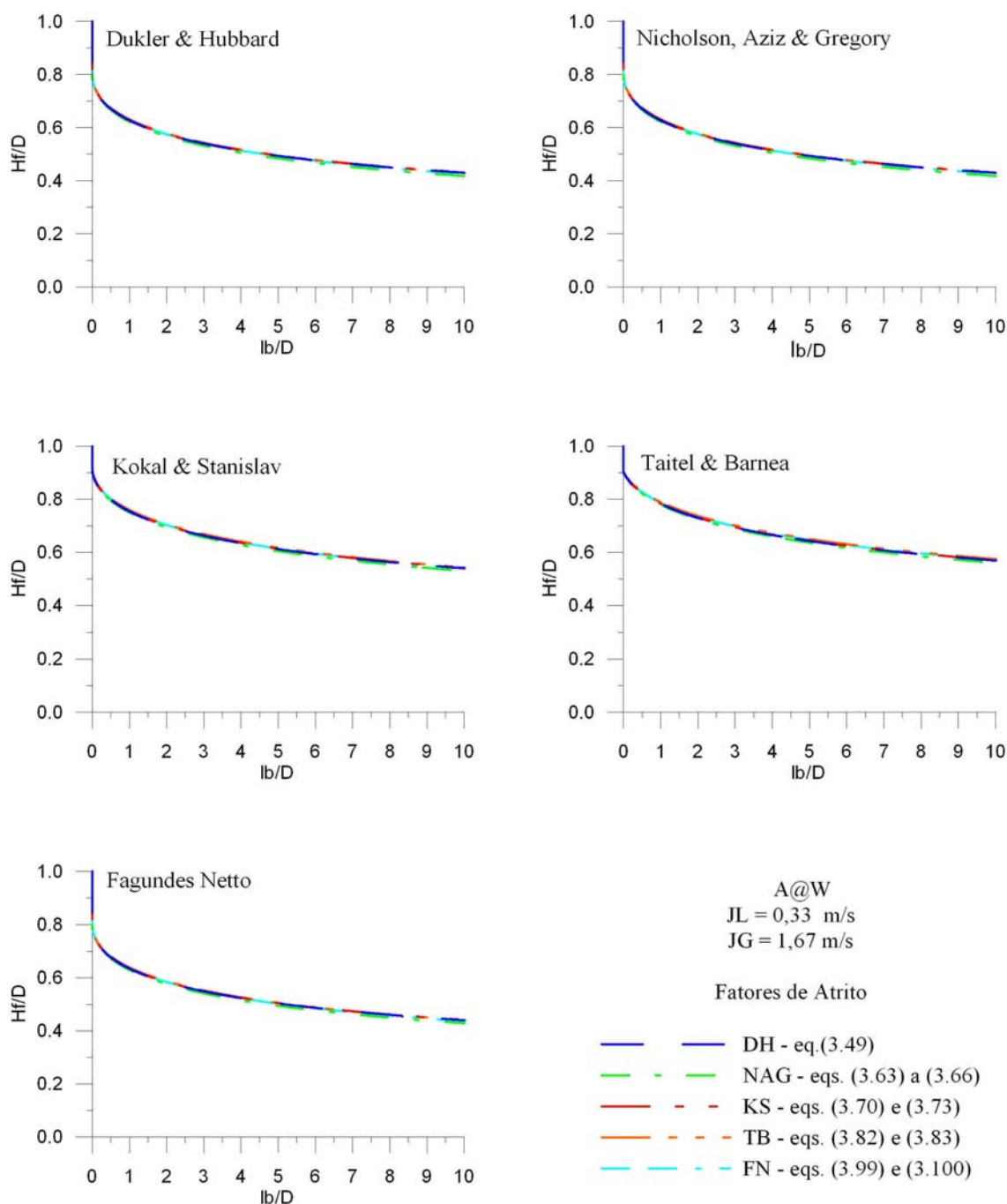


Figura 28 – Sensibilidade à Correlação Propostas para o Fatores de Atrito

7 RESULTADOS

Nesse capítulo será mostrada a capacidade de previsão para o perfil da bolha de cada modelo estudado. Para tanto foram escolhidos 5 pontos da grade de testes experimental mostrada na Tabela 1. Os pontos foram escolhidos de tal forma que apresentassem uma combinação de J comum para valores distintos de J_L e J_G , conforme mostra a Tabela 7. Esses valores foram escolhidos, pois análises preliminares dos dados experimentais mostravam que o perfil da bolha dependia somente da velocidade de mistura e não das velocidades superficiais, conforme mostra a Figura 29.

Tabela 7 – Grade de pontos para a comparação dos perfis modelo-experimental

Ponto #	J_L (m/s)	J_G (m/s)	J (m/s)
P1	0,33	0,67	1,00
P2	0,33	1,33	1,66
P3	0,33	1,67	2,00
P4	0,50	0,50	1,00
P6	0,67	1,33	2,00

Como os valores de “ C_0 ” e de “ V_d ” influenciam fortemente o perfil da bolha, caso não seja dito o contrário, foram considerados os valores médios obtidos experimentalmente. Para todos os casos testados, não foi considerado o deslizamento ($V_d = 0$) e foi adotado 1,12 e 1,29 para C_0 quando da mistura A@W e A@G, respectivamente. De resto, procurou-se ficar fiel aos modelos propostos por cada autor. Em todas as figuras onde se mostra a comparação dos dados experimentais e os obtidos pelos modelos, é adotada a seguinte nomenclatura para compor o título da legenda. Os valores numéricos referem-se aos valores de “ J_L ” e “ J_G ” em cm/s, sendo que as letras que os precedem definem a mistura de acordo com a nomenclatura já definida. Os resultados serão apresentados de forma sequencial de P1 a P6, sendo primeiro apresentado os dados referentes a A@W seguidos dos de A@G

Na Figura 30 são apresentados os resultados obtidos para A@W com $J_L=33\text{cm/s}$ e $J_G=67\text{cm/s}$, confrontados com os dados experimentais. De todas as bolhas da base de dados para essa combinação foi escolhida aleatoriamente uma. A bolha escolhida possuía 70 diâmetros de comprimento. Pode-se observar que independentemente do modelo

escolhido os resultados para o perfil são os mesmos, com filmes menos espessos dos obtidos experimentalmente. Analisando-se a espessura de equilíbrio, pode-se observar um erro 43%.

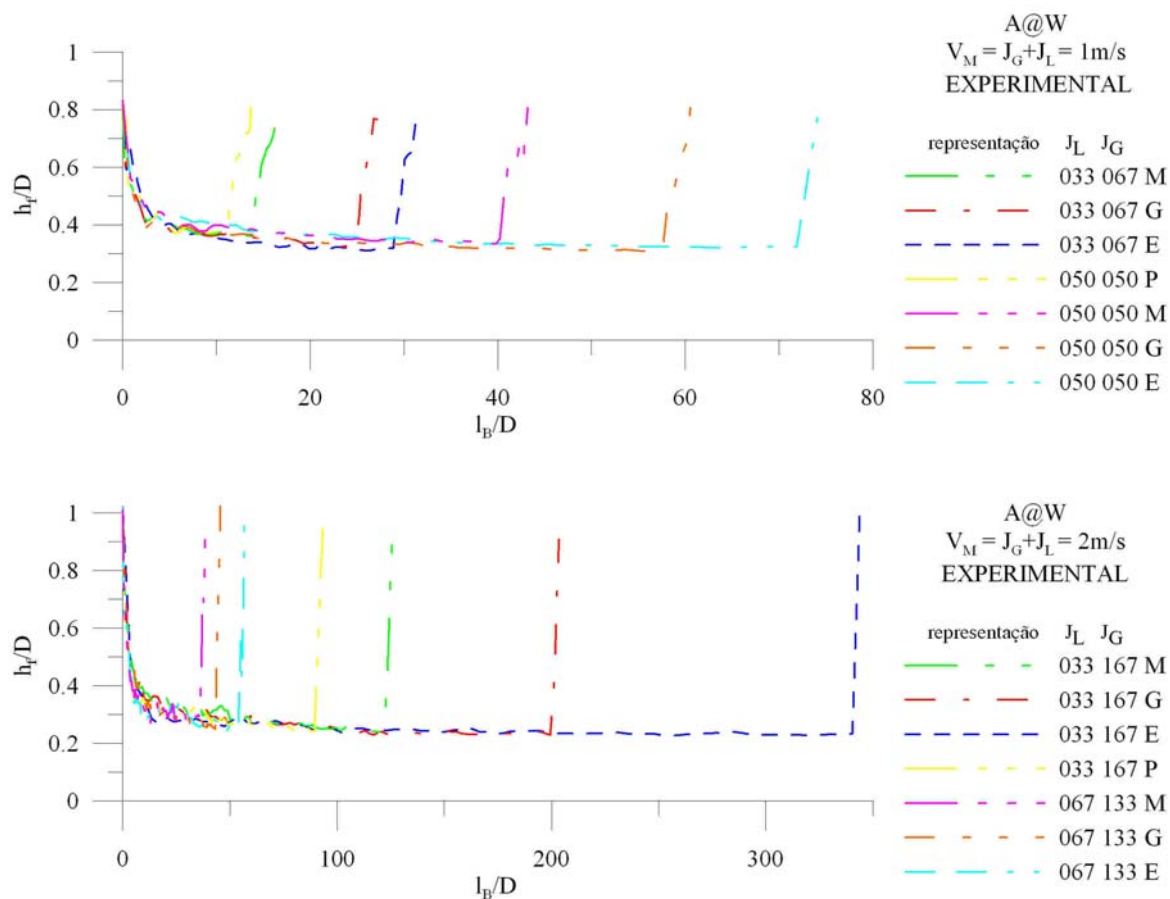


Figura 29 – Perfil para a bolha obtido experimentalmente para bolhas de diferentes tamanhos e diferentes velocidades superficiais.

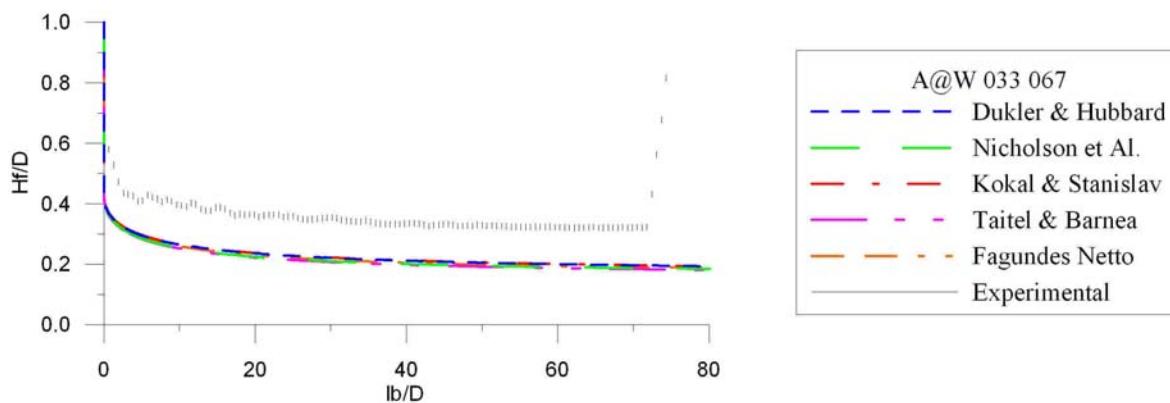


Figura 30 – Resultados para A@W 033 067

Para a combinação A@W com $J_L=33\text{cm/s}$ e $J_G=133\text{cm/s}$, devido ao aumento da vazão de gás, há uma tendência de se obter bolhas mais longas. Esse comportamento é observado tanto experimentalmente quanto numericamente. Desta forma, do sorteio da base experimental retirou-se uma bolha de 160 diâmetros de comprimento, conforme se pode observar na Figura 31. Todos os modelos também obtiveram resultados muito próximos entre si, não havendo desvio perceptível entre os resultados, além de se aproximar melhor dos resultados experimentais. A tendência de se obter com os modelos espessuras de filme menos espessos ainda é presente, porém com desvios menores. Analisando-se a espessura de equilíbrio, pode-se constatar um erro de 20% entre os dados experimentais e os obtidos pelos modelos.

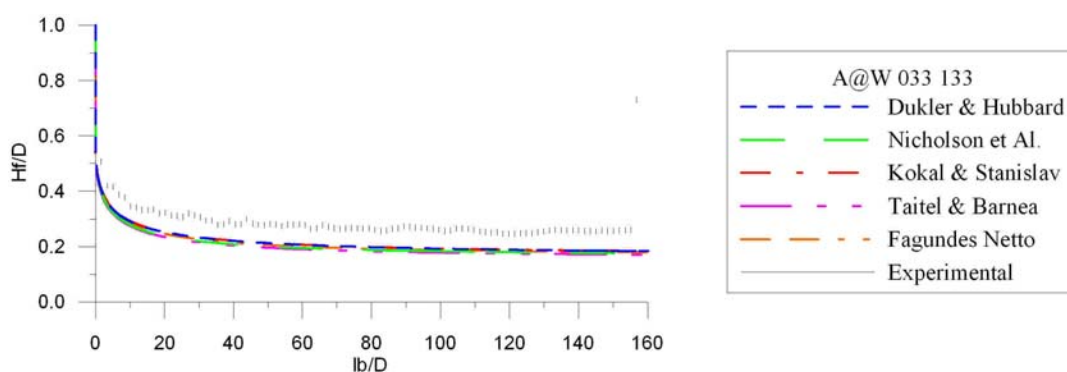


Figura 31 – Resultados para A@W 033 133

A Figura 32 apresenta a comparação dos resultados obtidos pelos modelos e experimental para A@W com $J_L=33\text{cm/s}$ e $J_G=167\text{cm/s}$. Da mesma forma que no caso anterior, o sorteio da bolha do dado experimental selecionou uma bolha com 160 diâmetros de comprimento. Para esse caso, o erro para a espessura de equilíbrio é menor sendo de aproximadamente 10%, com todos os modelos obtendo resultados bem próximos um do outro. A tendência dos modelos obterem filme mais fino ainda continua.

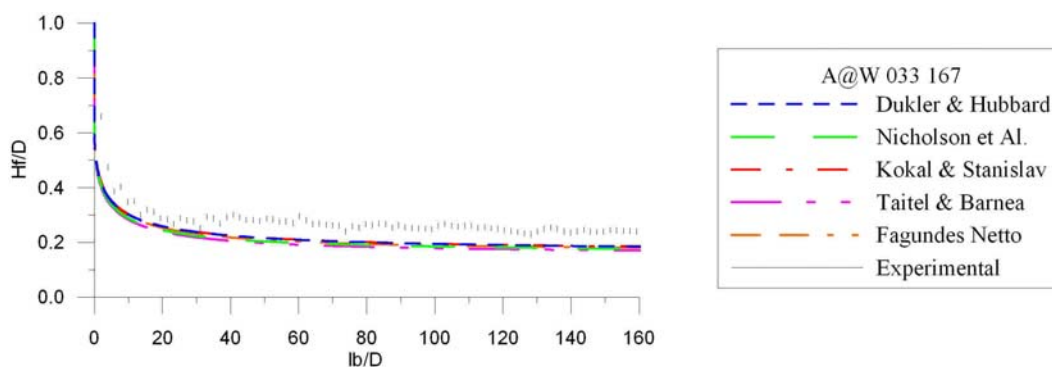


Figura 32 – Resultados para A@W 033 167

A tendência de comportamento se repete para a combinação de A@W com 50cm/s para ambas as fases. Os perfis obtidos pelos modelos são muito próximos entre si e há a tendência de se obter filmes menos espessos que os experimentais, conforme mostra a Figura 33. Tanto os dados experimentais quanto os dos modelos apresentam o mesmo valor para a espessura de equilíbrio do obtido para a combinação $J_L=33\text{cm/s}$ e $J_G=67\text{cm/s}$ (Figura 30). Os erros para a região de equilíbrio, desta forma, tendem a ser os mesmos, cerca de 43 %. A grande diferença se dá no tamanho da bolha, pois devido à maior vazão de líquido quando comparada com a de gás, faz com que a bolha seja melhor. No procedimento de sorteio dos dados experimentais obteve-se uma bolha com o comprimento de 30 diâmetros.

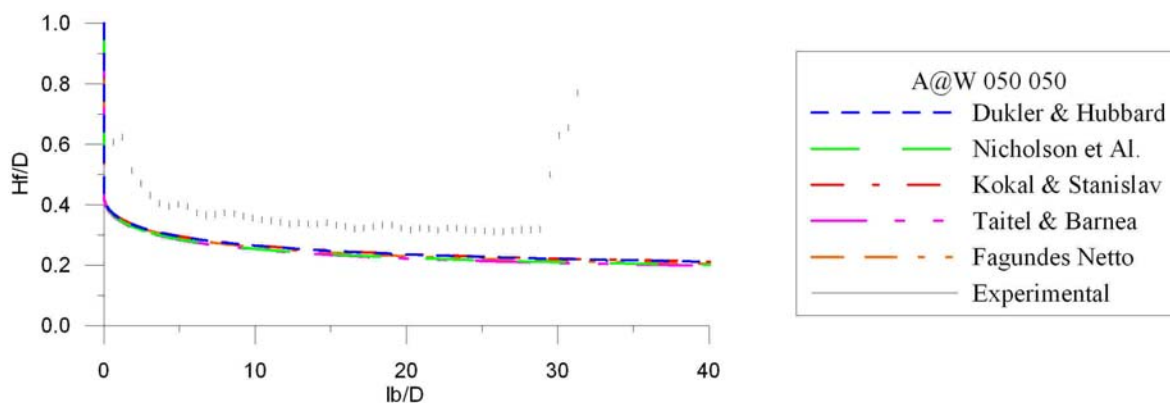


Figura 33 – Resultados para A@W 050 050

O mesmo efeito é encontrado na combinação de A@W com $J_L=67\text{cm/s}$ e $J_G=133\text{cm/s}$, onde os perfis são os mesmos da combinação $J_L=33\text{cm/s}$ e $J_G=167\text{cm/s}$ (Figura 32). Os erros para a região de equilíbrio, também tendem a ser os mesmos, cerca de 10 %. No sorteio dos dados experimentais adquiriu-se uma bolha com o comprimento de aproximadamente 80 diâmetros, que pode ser visto na Figura 34.

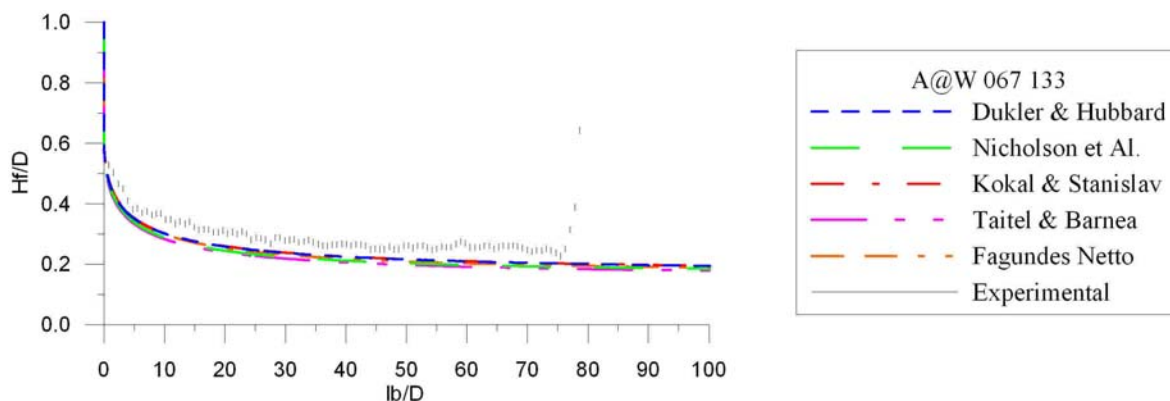


Figura 34 – Resultados para A@W 067 133

Contrariando os modelos, os dados experimentais apresentaram grande sensibilidade quanto a viscosidade do líquido. Não havendo boa concordância entre os resultados experimentais e numéricos. Há uma tendência dos filmes líquidos gerados numericamente serem menos espessos que os filmes verificados experimentalmente.

Na Figura 35 estão expostos os resultados obtidos para A@G com $J_L=33\text{cm/s}$ e $J_G=67\text{cm/s}$, juntamente com a bolha experimental escolhida de 50 diâmetros de comprimento. Pode-se observar que, apesar dos modelos praticamente se sobrepuseram, mas não conseguiram se aproximar do perfil experimental, apresentando um erro de 100%.

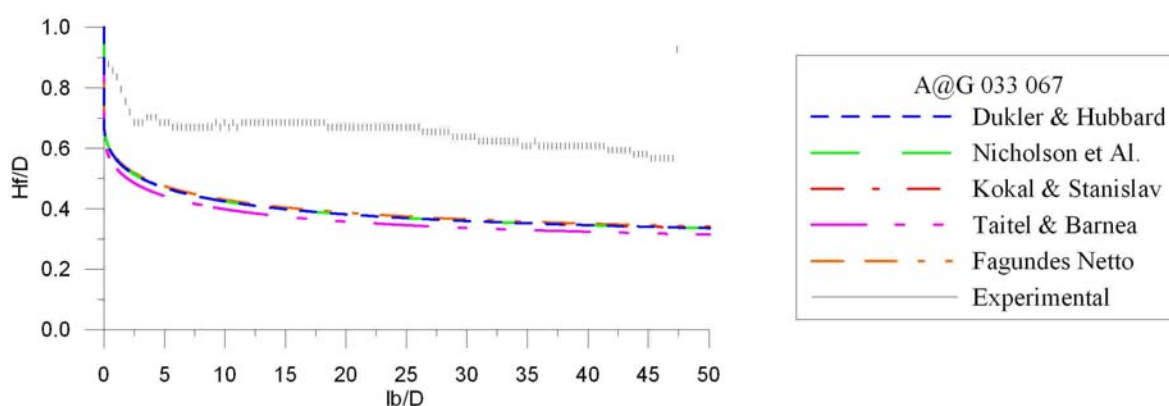


Figura 35 – Resultados para A@G 033 067

Para a combinação de A@G com $J_L=33\text{cm/s}$ e $J_G=133\text{cm/s}$, os modelos de NAG e TB apresentaram bastante sensibilidade quanto as características da glicerina, apresentando perfis diferentes dos outros modelos. Essa diferença se dá pela influência da velocidade de mistura e das características físicas do líquido sobre o fator de atrito. A comparação com a bolha extraída dos testes experimentais pode ser vista na Figura 36, que apresentou uma diferença de 66% em relação aos dados numéricos.

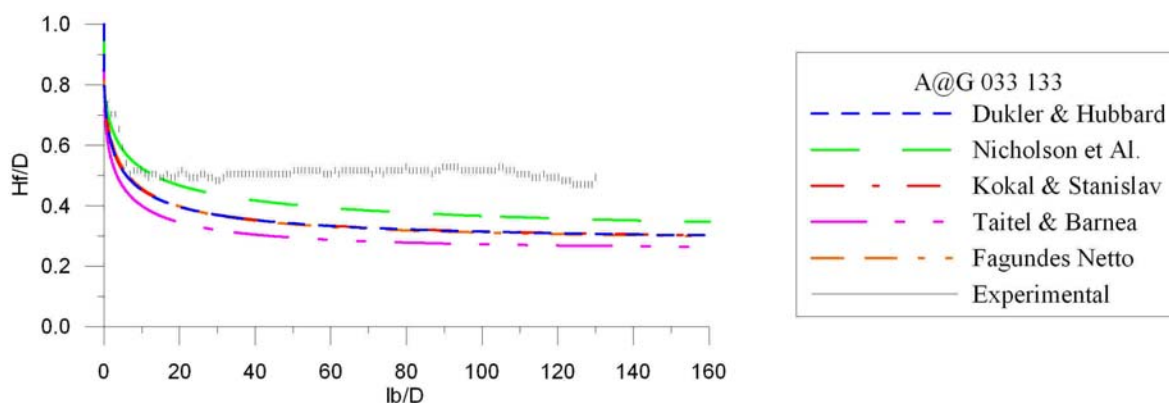
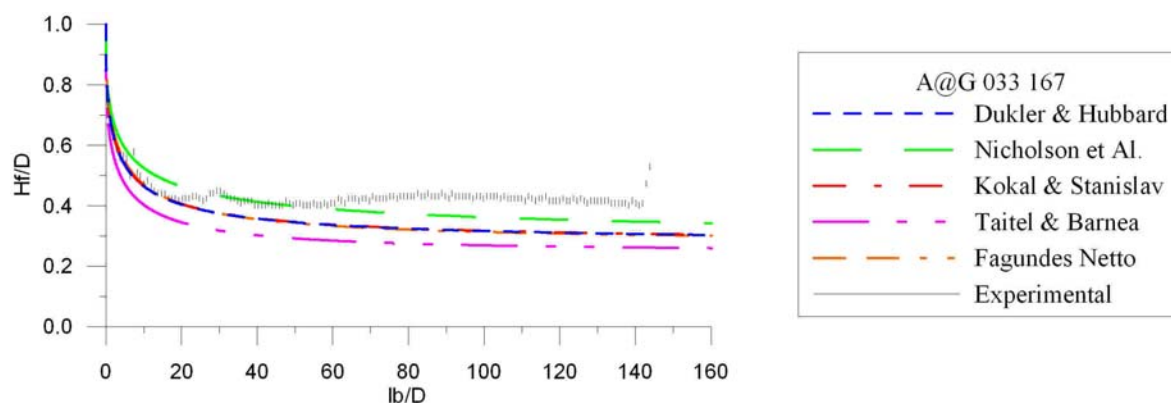
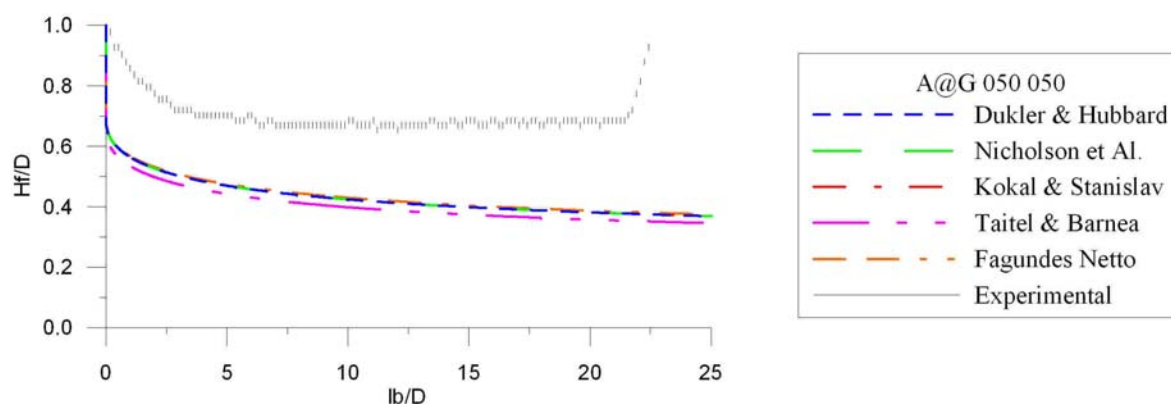


Figura 36 – Resultados para A@G 033 133

A Figura 37 apresenta os resultados obtidos pelos modelos para A@G com $JL=33\text{cm/s}$ e $JG=167\text{cm/s}$, que se aproximaram mais da bolha captada experimentalmente. Mesmo assim, a altura de filme ao final da bolha não coincidem, apresentando um erro de cerca de 20%. Verifica-se que a diferença entre os modelos devido ao fator de atrito ainda permanece, causando uma diferença de 35% entre os modelos de NAG e TB.

**Figura 37 – Resultados para A@G 033 167**

A combinação de A@G com 50cm/s para ambas as fases é similar ao fluxo de A@G 033 067, onde tanto os dados experimentais quanto os dos modelos apresentam o mesmo valor para a espessura de filme. Os erros para a região final da bolha também tendem a ser o mesmo, com cerca de 100 %. A bolha de gás usada na comparação foi retirada entre as maiores encontradas no experimento, mesmo assim, não ultrapassou 25 diâmetros de comprimento, conforme apresentado na Figura 38.

**Figura 38 – Resultados para A@G 050 050**

A combinação de A@G com $J_L=67\text{cm/s}$ e $J_G=133\text{cm/s}$ apresentou um perfil idêntico a combinação de A@G com $J_L=33\text{cm/s}$ e $J_G=167\text{cm/s}$, e pode ser visto na Figura 39 comparado com o resultado experimental. No entanto a bolha escolhida apresentou um perfil bem próximo aos dados numéricos, apresentando cerca de 25% de erro somente ao final da bolha.

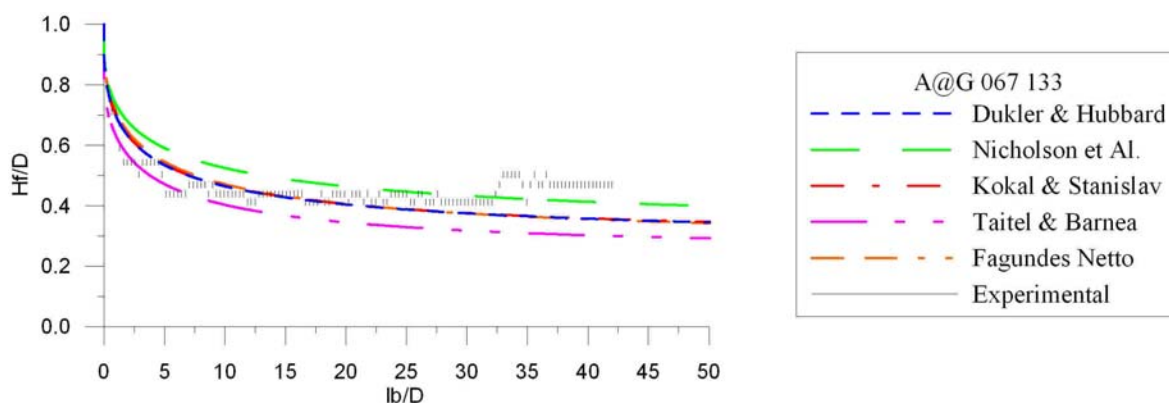


Figura 39 – Resultados para A@G 067 133

Para analisar o processamento completo dos modelos como foram descritos pelos seus autores, utilizar-se-á a combinação com $J_L=33\text{cm/s}$ e $J_G=167\text{cm/s}$ tanto para a combinação de A@W como para A@G. Esta combinação foi escolhida por apresentar uma bolha extensa e por ter a melhor adequação aos modelos executados com dados experimentais.

A principal diferença situa-se no cálculo da velocidade da bolha, que altera drasticamente o perfil do filme líquido. Agora o modelo de DH passa a calcular “ C_0 ” pela equação (3.62) e (3.56) e não considera a velocidade de deslizamento. NAG não se altera, utilizando “ C_0 ” como dado de entrada, com $C_0=1,12$ para A@W e $C_0=1,29$ para A@G; e desconsidera também a velocidade de deslizamento. KS também utiliza “ C_0 ” como dado de entrada, mas calcula a velocidade de deslizamento com a equação (3.70). TB passa a calcular a velocidade de deslizamento com a equação (3.81) e utiliza $C_0=1,2$ para qualquer tipo de fluxo não laminar. FN utiliza a equação (3.99) para determinar os parâmetros para o cálculo da velocidade da bolha, sendo diretamente dependente do número de Froude do escoamento.

Diante destas mudanças, os perfis produzidos apresentaram-se mais espessos que o perfil experimental, com exceção de NAG que se mantém inalterado. Na Figura 40 pode-se

perceber que o modelo de FN, apesar de não se sobrepor sobre do perfil experimental, é o que se aproxima mais.

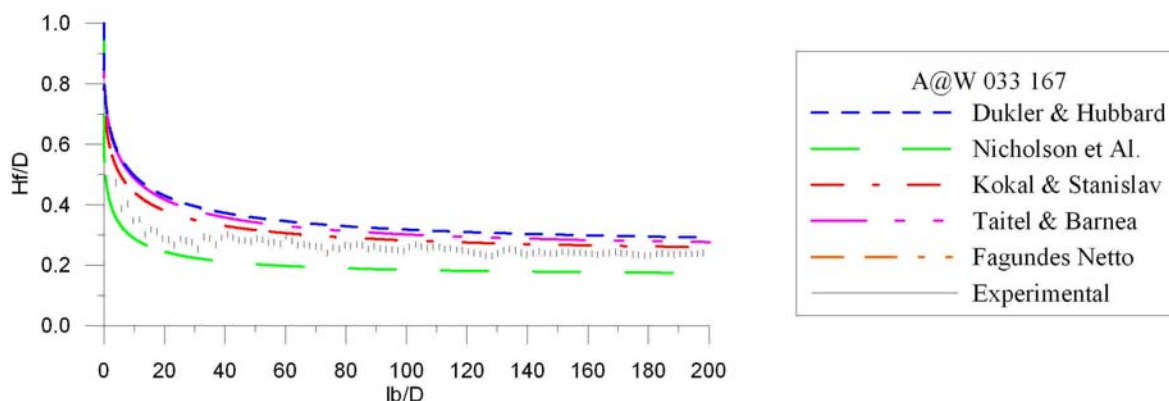


Figura 40 – Resultados para A@W 033 167 – com Parâmetros dos Modelos

Para o teste com A@G, o perfil de KS se aproximou mais, por possuir um sistema misto, onde “ C_0 ” é introduzido externamente e a velocidade de deslizamento é calculada internamente. Na Figura 41 nota-se que os modelos que receberam dados externos para o cálculo da velocidade da bolha tem uma adequação melhor. Isso se deve pois os modelos foram concebidos para reproduzir padrões em A@W, tendo problemas para se adequar a outros tipos de fluidos.

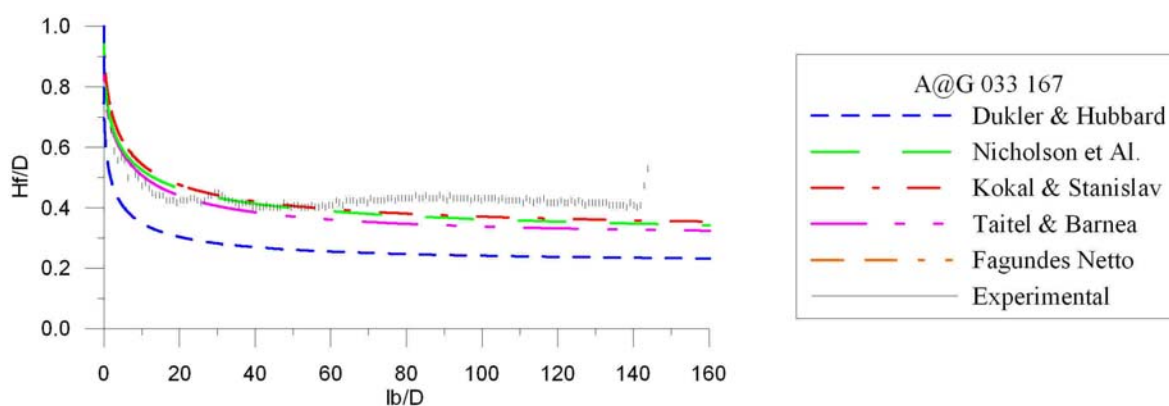


Figura 41 – Resultados para A@G 033 167 – com Parâmetros dos Modelos

Caso os modelos fossem completamente dependentes de dados externos, poder-se-ia encontrar o perfil desejado para esta combinação, fazendo com que a velocidade da bolha fosse 20% maior que a velocidade da mistura, independente do valor “ C_0 ” ou da

velocidade de deslizamento. A Figura 42 mostra uma suposta solução onde foi desconsiderada a velocidade de deslizamento e fez-se $C_0 = 1,2$.

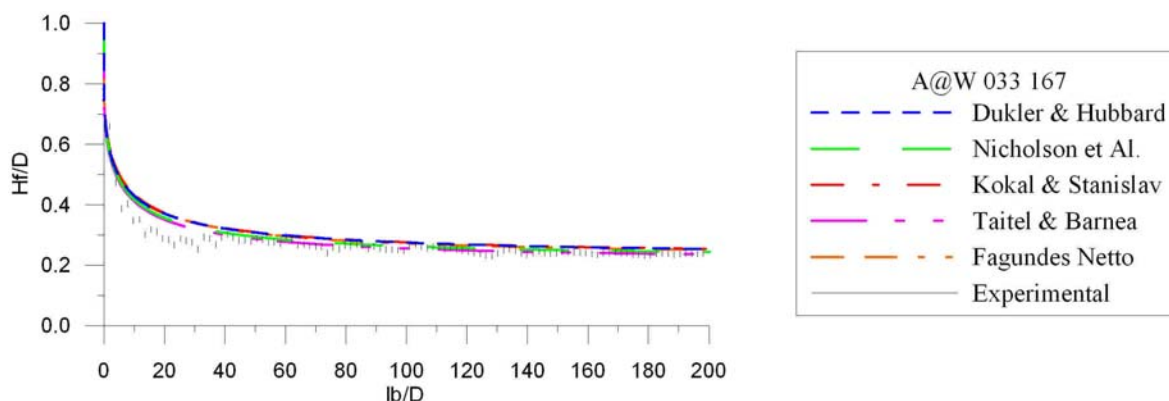


Figura 42 – Resultados para A@W 033 167 – com $C_0 = 1,2$

Ao contrário do que acontece com a combinação A@W, os modelos não conseguiram se adequar ao perfil da combinação de A@G. Na Figura 43 têm-se perfis onde a velocidade da bolha é 54% maior que a velocidade de mistura. Neste caso, a altura de filme ao final da bolha foi alcançada, mas a parte dianteira da bolha se mostra bastante divergente. A solução para este teste poderia ser encontrada se o fator de atrito fosse alterado. O fator de atrito é a principal causa das disparidades entre os modelos, que foram executados sem velocidade de deslizamento e com $C_0=1,54$.

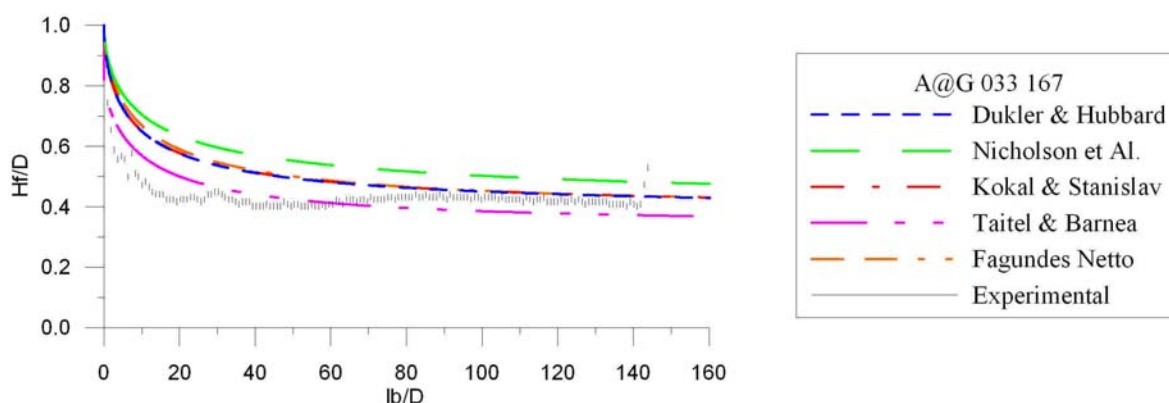


Figura 43 – Resultados para A@G 033 167 – com $C_0=1,54$

8 CONCLUSÕES

Os modelos analisados são muito próximos, tendo como principal diferença o cálculo da velocidade da bolha. Quando submetidos a mesmos critérios de cálculo, mostram-se idênticos. Portanto os termos referentes ao gás (TG, GG, HG e UG) e à interface (TI) mostram-se diminutos frente aos termos referentes ao líquido (TL, GL, HL e UL), podendo ser retirados da equação sem maiores perdas.

Comparado com dados experimentais, os modelos se apresentaram próximos aos perfis com combinação de $A@W$. Porém apresentaram muita diferença quando comparado com perfis de $A@G$. Existem então, outros fatores que influenciam o perfil da bolha que não são captados pelo equacionamento atual. Sendo o principal motivo pelo qual os modelos não consigam de resolver o nariz da bolha.

As equações (3.32) e (3.34) – de conservação da quantidade de movimento – podem ser simplificados, conforme Dukler e Fabre (1992) relatam, sem perdas no equacionamento; onde a força devido a inclinação é desprezada e a fração de líquido é deslocada para a parte externa da derivada da pressão como se fosse uma constante:

Pôde-se observar que os resultados dos testes não são dependentes diretamente das velocidades superficiais. A soma destes dois elementos é a principal influência na suavidade do contorno da bolha, não interferindo na altura de filme em regiões muito afastadas do nariz da bolha. Já, a razão entre a velocidade do nariz da bolha e a velocidade de mistura é o elemento que determina a altura de filme na região de equilíbrio.

Para valores de velocidades de mistura iguais, encontram-se perfis idênticos. Mas a ocorrência de bolhas idênticas em fluxos com velocidades de mistura distintas se torna muito remota, pois necessita que os critérios de igualdade para Froude e Reynolds sejam satisfeitas.

Os modelos também apresentam sensibilidade quanto ao fator de atrito. Deve-se ter especial atenção na escolha do fator de atrito, que deve ser correspondente ao sistema de Fanno. Caso seja usado um fator de atrito errado, como os baseados em Darcy por exemplo, ocorre uma grande mudança no perfil da bolha.

GLOSSÁRIO

PORTUGUÊS

- Altura de equilíbrio** – Altura de filme na região onde a derivada dhf/dxf se iguala a zero e não sofre mais variação.
- Altura de filme** – parâmetro geométrico buscado determinar no equacionamento. Pode ser definido geometricamente através do ângulo interno. Vide equação (3.6).
- Ângulo interno** – ângulo dado pela corda formada pela superfície livre e o centro geométrico do conduto. Parâmetro chave no desenvolvimento e solução das equações. Vide equação (3.7).
- Bolhas dispersas** – porções ocupadas pelo gás, que se desprende da bolha principal e ocupam uma parcela dentro do pistão de líquido, influenciando na fração de líquido no pistão. Geralmente viajam com velocidade próxima ao do pistão, tendo eventuais coalescências com a bolha principal, assim como, pode ser originada pela mesma.
- Coalescência** – fenômeno de crescimento de uma porção de fluido, pela incorporação em sua massa de outras porções com as quais entra em contato.
- Escoamento agitado** – Escoamento pistonado instável, onde as grandes bolhas se quebram dando lugar a um escoamento caótico no centro do duto, deslocando o líquido para as paredes.
- Escoamento anular** – Regime onde o líquido escoar pelas paredes formando um anel fino e o gás passa pelo centro do duto, ambas fases com pequena ou nenhuma presença de gotas ou bolhas dispersas.
- Escoamento com bolhas** – Escoamento em que há presença de pequenas bolhas dispersas aleatoriamente ao longo de um escoamento predominantemente de outro fluido.
- Escoamento disperso** - um ou mais fase estão dispersas uniformemente dentro de uma outra fase contínuo com um comprimento muito menor do que a escala externa;
- Escoamento estratificado** – Escoamento onde as fases estão separadas por uma interface contínua com comprimento de grande extensão.
- Escoamento intermitente** – Escoamento onde as fases ocupam o duto alternativamente podendo também serem puras ou em dispersões.
- Escoamento pistonado** – O escoamento possui bolhas da ordem do diâmetro do conduto, a parte superior da bolha possui forma elíptica, onde o gás é separado da parede do duto por um fino filme de líquido. Também ocorre a separação entre bolhas sucessivas por pistões líquidos que podem conter bolhas dispersas.
- Escoamento ondulado** – Escoamento com oscilações na interface entre fluidos, podendo gerar um padrão caótico de escoamento.
- Escoamento multifásico** – Escoamento onde há a presença de mais de um tipo de fluido. Pode assumir diversas configurações dependendo das taxas com que os fluidos trafegam no interior do conduto.

Fração de líquido – Relação entre a área ocupada pelo líquido e sua área do conduto na seção transversal na região da bolha principal. Vide equação (3.13)

Fração de líquido no infinito – Relação entre a área ocupada pelo líquido e a área do conduto na seção transversal em uma região de equilíbrio de forças. Vide capítulo 6.4.

Fração de líquido no pistão – Relação entre a área ocupada pelo líquido e a área do conduto na seção transversal na região do pistão de líquido.

Número de Bond – Relação adimensional que identifica as forças cisalhantes do escoamento. *Vide* equação (3.66)

Número de Froude – Relação adimensional que identifica as forças inerciais do escoamento. *Vide* equação (3.59)

Número de Reynolds – Relação adimensional que identifica as forças viscosas do escoamento. *Vide* equação (3.51) para DH, (3.73) para KS, (3.86) e (3.87) para TB, (3.103) e (3.104) para FN.

Velocidade aparente – Vide Velocidade de deslizamento

Velocidade da bolha – Velocidade com o qual a frente da bolha se propaga no escoamento. *Vide* equação (3.20).

Velocidade de deslizamento – Velocidade adicional que o fluido recebe devido as características de certos escoamentos. Vide equação (3.70) para KS, (3.81) para TB, (3.99) para FN.

Velocidade do filme – Velocidade do líquido abaixo da bolha, na seção transversal analisada. A velocidade do filme varia ao longo do comprimento da bolha. *Vide* equação (3.23)

Velocidade do gás – Velocidade do gás da bolha, na seção transversal analisada. A velocidade do gás varia ao longo do comprimento da bolha. *Vide* equação (3.24)

Velocidade da mistura – Velocidade principal, que referencia a velocidade do escoamento como um todo. *Vide* equação (3.5)

Velocidade do pistão – Velocidade com que o pistão líquido se desloca no conduto.

Velocidade de translação – Nome utilizado por Taitel e Barnea (1999), idem a velocidade da bolha.

Velocidade relativa do gás – Velocidade relativa do gás em relação a velocidade da bolha. *Vide* equação (3.26)

Velocidade relativa do líquido – Velocidade relativa do filme em relação a velocidade da bolha. *Vide* equação (3.25)

Velocidade superficial do gás – Velocidade que o gás teria se escoasse a seção plena e sem a presença do líquido. *Vide* equação (3.4)

Velocidade superficial do líquido – Velocidade que o líquido teria se escoasse a seção plena e sem a presença do gás. *Vide* equação (3.3)

INGLÊS

Annular flow – ver escoamento Anular

Bubble – bolha

Bubbly flow – ver escoamento com bolhas

Churn flow – ver escoamento agitado

Liquid holdup – ver fração de líquido

Mist flow – ver escoamento disperso

Plug Flow – tipo de escoamento intermitente

Slug – ver pistão líquido

Slug flow – tipo de escoamento intermitente

Stratified flow – ver escoamento estratificado.

Wavy flow – ver escoamento ondulado

REFERÊNCIAS

- BENDIKSEN, K. H.: “*An Experimental Investigation of the Motion of Long Bubbles in Inclined Tubes.*” Int. J. Multiphase flow 10, 467-483, (1984).
- BENJAMIN, T. B.: “*Gravity Currents and Related Phenomena.*”, J. Fluid Mech. 31, 209-248, (1968).
- BRENNEN, C. E.: “*Fundamentals Of Multi-Phase Flow.*”, Cambridge University Press, (2005).
- CHEN, N. H.: “*An Explicit Equation for Friction Factor in Pipe*”, Ind. Engng. Chem. Fundam. 18, 296-207, (1979)
- DUKLER, A.E. e HUBBARD, M.G.: “*A Model for Gas-Liquid Slug Flow in Horizontal and Near Horizontal Tubes*”, Ind. Eng. Chem. Fundam., 14, (4), 337-347, (1975).
- DUKLER, A. E.; FABRE, J.; “*Gas-Liquid Slug Flow Knots and Loose Ends*”. 3rd International Workshop on Two Phase Flow Fundamentals, 60p, (1992).
- FAGUNDES NETTO, J.R.; “*Dynamique de Poches de Gás Isolées em Écoulement Permanente et Non Permanent Horizontal*”. Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, Institut National Polytechnique de Toulouse, França, 166p. Tese de doutorado , (1999).
- FURUKAWA, T.; FUKANO, T.: “*Effects of liquid viscosity on flow patterns in vertical upward gas-liquid two-phase flow*”, International Journal of Multiphase Flow 27 1109-1126, (2001).
- KOKAL, S.L e STANISLAV, J.F.: “*An Experimental Study of Two-Phase Flow in Slightly Inclined Pipes – II. Liquid Holdup and Pressure Drop*”, Chem. Engng. Sci., 44, (3), 681-693, (1989).
- NÄDLER, M. e MEWES, D.: “*Effects of the Liquid Viscosity on the Phase Distributions in Horizontal Gas-Liquid Slug-Flow*”, International. J. Multiphase Flow Vol. 21, No. 2, pp. 253 266, (1995).

NICHOLSON, M., AZIZ, K., GREGORY, G.A.: “*Intermittent Two Phase Flow in Horizontal Pipes: Predictive Models*”, Canadian J. of Chemical Eng., Vol 56, December, (1978).

ROSA, E.S., “*Flow Structure in the Horizontal Slug Flow*”, Proceeding of the 9th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, Caxambú-MG, in CDROM, (2002).

TAITEL, Y. e BARNEA, D.: “*A Consistent Approach for Calculating Pressure Drop in Inclined Slug Flow*”, Chem. Engng. Sci., 45, (5), 1199-1206, (1990).

TAITEL, Y. e DUKLER, A.E.: “*A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gás-Liquid Flow*”, AIChE J., 22, (1), 47-54, (1976).

WALLIS, G. B.. “*One Dimensional Two-Phase Flow*”. McGraw-Hill, New York, (1969).

APÊNDICES

APÊNDICE 1 – DEMOSTRATIVO DOS CALCULOS DAS DERIVADAS AUXILIARES	89
APÊNDICE 2 – CÓDIGO FONTE IMPLEMENTADO	92

APÊNDICE 1 – DEMOSTRATIVO DOS CALCULOS DAS DERIVADAS AUXILIARES

Derivada auxiliar da distância adimensional do C.G. do líquido à superfície pelo ângulo interno. Utilizada para a alteração de outras derivadas.

$$\frac{\partial \xi_L}{\partial \theta} = \frac{1}{4} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\theta - \sin(\theta)} + \frac{2[1 - \cos(\theta)]^2 \sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)}{3[\theta - \sin(\theta)]^2} \quad (\text{A1.1})$$

Derivada auxiliar da distância adimensional do C.G. do gás à superfície pelo ângulo interno. Utilizada para a alteração de outras derivadas.

$$\frac{\partial \xi_G}{\partial \theta} = -\frac{1}{4} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\theta - \sin(\theta)} + \frac{2[1 - \cos(\theta)]^2 \sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)}{3[\theta - \sin(\theta)]^2} \quad (\text{A1.2})$$

Derivada auxiliar da fração de líquido pelo ângulo interno. Utilizada para a alteração de outras derivadas.

$$\frac{\partial R_f}{\partial \theta} = \frac{1 - \cos(\theta)}{2\pi} \quad (\text{A1.3})$$

Derivada auxiliar da altura de filme pelo ângulo interno. Utilizada para a alteração de outras derivadas

$$\frac{\partial h_f}{\partial \theta} = \frac{1}{4} D \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{A1.4})$$

Para o cálculo da derivada da fração de líquido pela altura de filme, utiliza-se as equações (A1.3) e (A1.4), para se encontrar:

$$\frac{\partial R_f}{\partial h_f} = \frac{\partial R_f}{\partial \theta} \left(\frac{\partial h_f}{\partial \theta} \right)^{-1} = \frac{4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\pi D} \quad (\text{A1.5})$$

Alterações de derivadas :

Da distancia adimensional do C.G do líquido para a fração de líquido:

$$\frac{\partial \xi_L}{\partial x_f} = \frac{\partial \xi_L}{\partial \theta} \left(\frac{\partial R_f}{\partial \theta} \right)^{-1} \frac{\partial R_f}{\partial x_f}, \quad (\text{A1.6})$$

onde as derivadas auxiliares são descritas nas equações (A1.1) e (A1.3).

Da distancia adimensional do C.G do gás para a fração de líquido

$$\frac{\partial \xi_G}{\partial x_f} = \frac{\partial \xi_G}{\partial \theta} \left(\frac{\partial R_f}{\partial \theta} \right)^{-1} \frac{\partial R_f}{\partial x_f}, \quad (\text{A1.7})$$

onde as derivadas auxiliares são descritas nas equações (A1.2) e (A1.3).

Da fração de líquido para a altura de filme. Onde utilizando a derivada auxiliar da equação (A1.5), chega-se a:

$$\frac{\partial R_f}{\partial x} = \frac{\partial R_f}{\partial h_f} \frac{\partial h_f}{\partial x} = \frac{4 \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\pi D} \frac{\partial h_f}{\partial x} \quad (\text{A1.8})$$

Simplificação efetuada na parcela da equação de DH, NAG e KS:

$$\frac{\frac{\pi}{2} R_f \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 - \cos(\theta)} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \quad (\text{A1.9})$$

Utilizando a regra de duplicação de arcos no numerador

$$= \frac{\frac{\pi}{2} R_f \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 - \left[\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \quad (\text{A1.10})$$

Transformando co-seno em seno:

$$= \frac{\frac{\pi}{2} R_f \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 - \left\{ \left[1 - \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] - \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right\}} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \quad (\text{A1.11})$$

Simplificando, resulta em:

$$= \frac{\frac{\pi}{2} R_f \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\pi R_f}{4 \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{A1.12})$$

APÊNDICE 2 – CÓDIGO FONTE IMPLEMENTADO

Program Bolha

use Solve_Filme

implicit none

Real*8 Media

Integer i

type(arquivos) arq

type(entrada) entra

type(dados) sai

!Rodadas

```
!      1      -      A@W 033 067
!      2      -      A@W 033 133
!      3      -      A@W 050 050
!      4      -      A@W 067 133
!      5      -      A@G 033 067
!      6      -      A@G 033 133
!      7      -      A@G 050 050
!      8      -      A@G 067 133
```

i=1

do while (i.lt.9)

Call DefineArquivos(arq)

Call DadosEntrada(arq,i)

Call Inicio(arq,entra)

!*****

!...Modelo do A.E.DUKLER & M.G.HUBBARD

!*****

Media=Perfil(arq,entra,sai,1)

Write(*,*)Media

!*****

!...Modelo do M.K. NICHOLSON , K.AZIZ & G.A.GREGORY

!*****

Media= Perfil(arq,entra,sai,2)

Write(*,*)Media

!*****

!...Modelo do S.L.KOKAL & J.F.STANISLAV

!*****

Media= Perfil(arq,entra,sai,3)

Write(*,*)Media

!*****

!...Modelo do Y.TAITEL & D.BARNEA

!*****

Media= Perfil(arq,entra,sai,4)

Write(*,*)Media

!*****

!...Modelo do J.R.FAGUNDES NETTO

!*****

Media= Perfil(arq,entra,sai,5)

Write(*,*)Media

!*****

!...Plota os graficos

!*****

Call Plota

!*****

!...Fim do programa, fechando os arquivos

!*****

Call DadosSaida(arq,i)

i=i+1

end do

! Call Fim(arq)

End Program Bolha

module Solve_Filme

use msflib

use msfwin

implicit none

!*****

!Aqui estão declaradas todas as variáveis, parametros e arquivos

! Esse módulo faz parte integrante do projeto de perfil da bolha

!*****

type Arquivos

```
Character*50      Entrada
Character*50      Autor(5)
Character*20      Saida(10)
```

end type Arquivos

type entrada

```
Real*8      Altura_Equ
Real*8      Altura_Fil_Pis
Real*8      Area_Cond
Real*8      Comp_Fil      ![%*100]
Real*8      Comp_Pis      ![%*100]
Real*8      Declividade    ![rad]
Real*8      Delta
Real*8      Dens_Gas      ![kg/m^3] (ho)
Real*8      Dens_Liq      ![kg/m^3] (ho)
Real*8      Fracao_Equ
Real*8      Fracao_Liq_Pis ![%*100]
Real*8      Froude
Real*8      g
Real*8      Parametro_Vel    !C0
Real*8      Parametro_Bol    !Beta - Usado
```

somente no Taitel e Barnea!!

```
Real*8      Per_Cond      ![m]
Real*8      PI
Real*8      R      ![m]
Real*8      Re_Mix
!Reynolds da mistura
Real*8      Rugosidade
Real*8      Vel_Bol_Pis    !Velocidade das
```

Bolhas no Pistão Liquido

```
Real*8      Vel_Des      !Velocidade de
```

Deslizamento[m/s]

```
Real*8      Vel_Sup_Gas    !Velocidade
```

superficial do Gas[m/s]

```
Real*8      Vel_Sup_Liq    !Velocidade
```

superficial do liquido[m/s]

```
Real*8      Vel_Mix      !Velocidade da
```

Mistura[m/s]

```
Real*8      Vel_Liq_Pis    !Velocidade do
```

Slug[m/s]

```
Real*8      Vel_Rel      !Para Fagundes
```

Netto Fi[m/s]

```
Real*8      Vel_Trans      !Velocidade de
```

Translação[m/s]

```
Real*8      Vis_Abs_Gas    !1.5e-5 ![kg/m.s]
```

```
Real*8      Vis_Abs_Liq    ![kg/m.s] (mi)
```

```
Real*8      Tensao_Sup      ![N/m]
```

```
Real*8      Tol
```

```
Logical     Termo(12)
```

end type entrada

type dados

```
Real*8      Altura_Fil
Real*8      Area_Gas
Real*8      Area_Liq
Real*8      Comprimento
Real*8      Diametro_Hidr_Gas
Real*8      Diametro_Hidr_Liq
Real*8      Fator_Atrito_Gas
Real*8      Fator_Atrito_Liq
Real*8      Fator_Atrito_Int
```

```

Real*8 Fracao_Liq_Fil
Real*8 Fracao_Liq_Pis
Real*8 Per_Gas
Real*8 Per_Liq
Real*8 Per_Int
Real*8 Teta
Real*8 Vel_Fil
Real*8 Vel_Gas
Real*8 Vel_Rel_Liq
Real*8 Vel_Rel_Gas
Real*8 TT(12)

end type dados

contains

!-----
!...Funções e rotinas de ordem operacional!
!-----
Subroutine DefineArquivos(arq)
Type(arquivos), intent(inout)::arq
    arq%Entrada = "dados.txt"
    arq%Autor(1) = "perfil_Dukler_Hubbard.txt"
    arq%Autor(2) = "perfil_Nicholson_Aziz_Gregory.txt"
    arq%Autor(3) = "perfil_Kokal_Stanislaw.txt"
    arq%Autor(4) = "perfil_Taitel_Barnea.txt"
    arq%Autor(5) = "perfil_Fagundes_Netto.txt"
    arq%Autor(6) = "perfil_Perfil_Alternativo.txt"
    arq%Saida(1) = "A@W 033 067.txt"
    arq%Saida(2) = "A@W 033 133.txt"
    arq%Saida(3) = "A@W 033 167.txt"
    arq%Saida(4) = "A@W 050 050.txt"
    arq%Saida(5) = "A@W 067 133.txt"
    arq%Saida(6) = "A@G 033 067.txt"
    arq%Saida(7) = "A@G 033 133.txt"
    arq%Saida(8) = "A@G 033 167.txt"
    arq%Saida(9) = "A@G 050 050.txt"
    arq%Saida(10) = "A@G 067 133.txt"
end Subroutine DefineArquivos

!-----
!...Inicia os valores
!-----
Subroutine Inicio(arq,objeto)
Type(arquivos), intent(in)::arq
type(entrada), intent(inout)::objeto

!abre arquivos de dados a serem utilizados
open(11,file=arq%Entrada)
write(*,*)'INICIANDO O PROGRAMA'
write(*,*)'arquivos aberto com sucesso!'
write(*,*)'

!!ISTO AQUI DEVE SER LIDO DO ARQUIVO!!!
!dados dos problemas - condição de contorno
rewind(11)
read(11,*)
read(11,*)
read(11,*)
read(11,*) objeto%Parametro_Vel
read(11,*) objeto%Parametro_Bol
read(11,*)

!do conduto
read(11,*) objeto%R ![m]
read(11,*) objeto%Rugosidade ![m]
read(11,*) objeto%Declividade ![rad]
read(11,*)

!do gas

```

```

read(11,*) objeto%Vel_Sup_Gas ![m/s]
read(11,*) objeto%Dens_Gas ![kg/m^3] (ho)
read(11,*) objeto%Vis_Abs_Gas ![kg/m.s] (mi)
read(11,*)

!da água
read(11,*) objeto%Vel_Sup_Liq ![m/s]
read(11,*) objeto%Dens_Liq ![kg/m^3] (ho)
read(11,*) objeto%Vis_Abs_Liq ![kg/m.s] (mi)
read(11,*)

!do fluxo
read(11,*) objeto%Tensao_Sup ![N/m]
read(11,*) objeto%Fracao_Liq_Pis ![%*100]
read(11,*) objeto%Comp_Fil ![%*100]
read(11,*) objeto%Comp_Pis ![%*100]
read(11,*)

!dados do problema
read(11,*) objeto%Delta
read(11,*) objeto%Tol
close(11)

objeto%PI = 3.14159265359
objeto%g = 9.81

objeto%Declividade
= objeto%Declividade*objeto%PI/180.
objeto%Altura_Fil_Pis =
Altura(AnguloF(objeto%Fracao_Liq_Pis,objeto%Tol))
objeto%Area_Cond
= objeto%PI*objeto%R**2
objeto%Per_Cond
= 2.*Objeto%PI*objeto%R
objeto%Vel_Mix
= objeto%Vel_Sup_Liq + objeto%Vel_Sup_Gas

write(*,*)'Leitura dos dados feita com sucesso!!'

End Subroutine Inicio

!-----
!...Finaliza o programa
!-----
Subroutine Fim(arq)
Type(arquivos), intent(in)::arq
Integer i
logical dos
character*55 Deleta
dos = systemqq('cls')
write(*,*)'deletando os arquivos'
write(Deleta(1:4),*)"del"
i=1
do while (i.le.5)
    write(Deleta(5:55),*)arq%Autor(i)
    dos = systemqq(Deleta)
    write(*,*)"arquivo ",arq%Autor(i),"
deletado!!"
    i=i+1
end do
write(*,*)'
write(*,*)'*****'
write(*,*)'PROGRAMA TERMINADO'
write(*,*)'*****'

End Subroutine Fim

!-----
!...Plota o grafico
!-----
Subroutine Plota !(objeto)
logical dos
write(*,*)'Aguarde a impressão do gráfico!'
dos = systemqq('wgnuplot Plot.txt')

End Subroutine Plota

```

```

!-----
!...Cria novos parâmetros de entrada para rodar o modelo
!-----
Subroutine DadosEntrada(arq,vez)
  Type(arquivos), intent(in)::arq
  integer, intent (in):: vez

!Rodadas
!      1      -      A@W 033 067
!      2      -      A@W 033 133
!      3      -      A@W 033 167
!      4      -      A@W 050 050
!      5      -      A@W067 133
!      6      -      A@G 033 067
!      7      -      A@G 033 133
!      8      -      A@W 033 167
!      9      -      A@G 050 050
!     10      -      A@G 067 133
  open(11,file=Arq%Entrada)

  write(11,*)"!dados dos problemas - condição de
contorno"
  write(11,*)"
  if(vez.lt.6)then
    write(11,*)"1.12      Parametro      de
Velocidade (C0) - Todos os autores"
  else
    write(11,*)"1.29      Parametro      de
Velocidade (C0) - Todos os autores"
  endif- Todos os autores"
  write(11,*)"1.      Parametro da Bolha (B) -
Taitel e Barnea"
  write(11,*)"!do conduto"
  write(11,*)"0.13      R      ![m]"
  write(11,*)"0.      Rugosidade      ![m]"
  write(11,*)"0.      Declividade      ![rad]"
  write(11,*)"!do gas"
  select case(vez)
    case(1)
      write(11,*)"0.67      JG"
    case(2)
      write(11,*)"1.33      JG"
    case(3)
      write(11,*)"1.67      JG"
    case(4)
      write(11,*)"0.50      JG"
    case(5)
      write(11,*)"1.33      JG"
    case(6)
      write(11,*)"0.67      JG"
    case(7)
      write(11,*)"1.33      JG"
    case(8)
      write(11,*)"1.67      JG"
    case(9)
      write(11,*)"0.50      JG"
    case(10)
      write(11,*)"1.33      JG"
  end select
  write(11,*)"1.17      Dens_Gas ![kg/m^3] (ho)"
  write(11,*)"1.9E-5      Visc_Abs_Gas"
  write(11,*)"!do liquido"
  select case(vez)
    case(1)
      write(11,*)"0.33      JL"
    case(2)
      write(11,*)"0.33      JL"
    case(3)
      write(11,*)"0.33      JL"
    case(4)
      write(11,*)"0.50      JL"
    case(5)
      write(11,*)"0.67      JL"
    case(6)

```

```

      write(11,*)"0.33      JL"
    case(7)
      write(11,*)"0.33      JL"
    case(8)
      write(11,*)"0.33      JL"
    case(9)
      write(11,*)"0.50      JL"
    case(10)
      write(11,*)"0.67      JL"
  end select
  if(vez.lt.6)then
    write(11,*)"1000      Dens_Liq (ho)"
    write(11,*)"1e-3      Visc_Abs_Liq"
  else
    write(11,*)"1188      Dens_Liq (ho)"
    write(11,*)"2.3E-2      Visc_Abs_Liq"
  endif
  write(11,*)"!do fluxo"
  write(11,*)"0.07      Tensao_Sup
  ![N/m]"
  write(11,*)"1      Fracao_Liq_Pis
  ![%*100]"
  write(11,*)"200      Comp_Bol![] (+30D)"
  write(11,*)"100      Comp_Pis ![]
  (.5*Comp_Bol)"
  write(11,*)"!outros dados"
  write(11,*)"1e-4      Delta"
  write(11,*)"1e-6      Tol"
  close(11)

end Subroutine DadosEntrada

!-----
!...Escreve o resultado em um arquivo
!-----
Subroutine DadosSaida(arq,vez)
  Type(arquivos), intent(in)::arq
  integer, intent (in):: vez
  Real*8 Comp(5),Altura(5) , aux(2)
  Integer i
  Character*240 tarja
  logical Flag(6),True, False
  Parameter(True=1)
  Parameter(False=0)

  i=1
  do while(i.lt.5)
    open(i,file=arq%Autor(i))
    i=i+1
  end do

  open(6,file=arq%Saida(vez))
  tarja="      Dukler & Hubbard
Nicholson, Aziz & Gregory      Kokal & Stanislav
Taitel & Barnea      Fagundes Netto"
  write(6,'(a240)')tarja
  i=1
  do while(i.le.6)
    Flag(i)=True
    i=i+1
  end do
  do while(Flag(6).eq.True)
    i=1
    do while(i.le.5)
      if(Flag(i).eq.True)then
        read(i,101)
      end if
    end if
    if(Aux(1).gt.9000000000.)then
      Flag(i)=False
    end if
    if(Flag(i).eq.True)then
      Comp(i)=Aux(1)

```

```

                                Altura(i)=Aux(2)
                                end if
                                i=i+1
                            end do

                            write(6,102)Comp(1),Altura(1),Comp(2),Altura(2),
                            Comp(3),Altura(3),Comp(4),Altura(4),Comp(5),Altura(5)

                            Flag(6)=Flag(1).or.Flag(2).or.Flag(3).or.Flag(4).or.
                            Flag(5)
                            end do
                            i=1
                            do while(i.le.6)
                                close(i)
                                i=i+1
                            end do

101 format(2Es20.10)
102 format(10Es20.10)

End Subroutine DadosSaida

!-----
!...Funções e rotinas de ordem numérica
!-----
!-----
!...Achando o angulo a partir da fração de liquido
!-----
Real*8 Function AnguloF(Fracao,Tol)
    Real*8,intent(IN)::Fracao,Tol
    Real*8 Raiz1,Raiz2,Dif,Altura,PI
    parameter(PI=3.14159265359)
    Raiz1 = 1.0
    Raiz2 = 0.0
    Dif=1
    do while(dabs(Dif).GT.Tol)
        Altura=( Raiz1 + Raiz2 ) / 2.
        AnguloF = 2.*DACOS(1.-2.*Altura)
        Dif = (AnguloF-
DSIN(AnguloF))/(2.*PI) - Fracao
        if ( Dif.GT.0 ) then
            Raiz1 = Altura
        else
            Raiz2 = Altura
        endif
    enddo
end Function AnguloF

!-----
!...Achando o angulo a partir da altura de liquido
!-----
Real*8 Function AnguloA(Altura) !,R)
    Real*8,intent(IN)::Altura !,R
    AnguloA = 2.*DACOS(1.-Altura*2.) !/R)
end Function AnguloA

!-----
!...Achando o altura a partir do angulo
!-----
Real*8 Function Altura(Angulo) !,R)
    Real*8,intent(IN)::Angulo !,R
    Altura=(1.-DCOS(Angulo/2.))/2 !*R
end Function Altura

!-----
!...Achando o angulo a partir da fração de liquido
!-----
Real*8 Function Fracao(Angulo)
    Real*8,intent(IN)::Angulo
    Real*8 PI
    parameter(PI=3.14159265359)
    Fracao=(Angulo-DSIN(Angulo))/2./PI
end Function Fração

```

```

!-----
!...!Parametros Geométricos
!-----
Subroutine Geometrico(ent,obj,Altura)
    type(entrada),intent(in):: ent
    type(dados),intent(inout):: obj
! Variáveis que devem ser calculadas a cada iteração
    Real*8, intent(in):: Altura
    obj%Teta = AnguloA(Altura)
!Fracao
    obj%Fracao_Liq_Fil = Fracao(obj%Teta)
!Area
    obj%Area_Gas = (ent%PI-obj%Teta/2.)*ent%R**2
+ (ent%R*DSIN(obj%Teta/2.)) *
(ent%R*DCOS(obj%Teta/2.))
    obj%Area_Liq = ent%Area_Cond-obj%Area_Gas
!Perímetro
    obj%Per_Gas=(2.*ent%PI-obj%Teta)*ent%R
    obj%Per_Liq = obj%Teta*ent%R
    obj%Per_Int
        =DABS(2.*ent%R*DSIN(obj%Teta/2.))
!Diametros Hidraulicos
    obj%Diametro_Hidr_Liq
        =4.*obj%Area_Liq/obj%Per_Liq
    obj%Diametro_Hidr_Gas =
        4.*obj%Area_Gas/(obj%Per_Gas+obj%Per_Int))
End Subroutine Geometrico

!-----
!...!Velocidades
!-----
Subroutine Velocidades(ent,obj)
    type(entrada),intent(inout):: ent
    type(dados),intent(inout):: obj
! Variáveis que devem ser calculadas a cada iteração

    obj%Vel_Fil=ent%Vel_Trans - (ent%Vel_Trans -
ent%Vel_Liq_Pis) * obj%Fracao_Liq_Pis /
obj%Fracao_Liq_Fil
    obj%Vel_Gas=ent%Vel_Trans - (ent%Vel_Trans -
ent%Vel_Bol_Pis) * (1.-obj%Fracao_Liq_Pis) / (1.-
obj%Fracao_Liq_Fil)
    obj%Vel_Rel_Liq=ent%Vel_Trans - obj%Vel_Fil
    obj%Vel_Rel_Gas=ent%Vel_Trans - obj%Vel_Gas
End Subroutine Velocidades

!-----
!...!Parametro de Velocidade calculadas antes de cada iteração
!-----
Subroutine Inicia_Modelo(ent,obj,modelo,opcaoC, opcaoD,
opcaoF)
    type(entrada), intent(inout)::ent
    type(dados), intent(inout)::obj
    integer, intent(in):: modelo
    integer, intent(in):: opcaoC, opcaoD, opcaoF
!opcaoC Para o parametro C (0=dado de entrada,
modelo=analítico pertinente a cada modelo)
!opcaoD Para o Drift
!opcaoF Para a Fração de Líquido no Pistão
    Integer i
    Real*8 Parametro_Velocidade, Drift,
Parametro_Vel_Bol,Drift_Bol,ff,Raiz1, Raiz2, Numerador,
aux
    Logical True, False
    Parameter(True=1)
    Parameter(False=0)

    ent%Termo=false
    obj%TT=0

    select case(modelo)

```

```

case(1) !Dukler and Hubbard
    ent%Termo(1)=true
    ent%Termo(4)=true
    ent%Termo(6)=true
    ent%Termo(8)=true
case(2) !Nicholson Aziz e Gregory
    ent%Termo(1)=true
    ent%Termo(4)=true
    ent%Termo(6)=true
    ent%Termo(8)=true
case(3) !Kokal e Stanislav
    ent%Termo(1)=true
    ent%Termo(2)=true
    ent%Termo(4)=true
    ent%Termo(6)=true
    ent%Termo(8)=true
case(4) !Taitel e Barnea
    ent%Termo(1)=true
    ent%Termo(2)=true
    ent%Termo(3)=true
    ent%Termo(4)=true
    ent%Termo(5)=true
    ent%Termo(6)=true
    ent%Termo(7)=true
    ent%Termo(8)=true
    ent%Termo(9)=true
case(5) !Fagundes Netto
    ent%Termo(12)=true

end select

obj%Pressao=ent%Pressao_Int
obj%Fracao_Liq_Pis=ent%Fracao_Liq_Pis
ent%Re_Mix=20001.

do while(DABS(aux-ent%Re_Mix).gt.ent%Tol)
!
    Para a fração de Líquido no Pistão
    aux=ent%Re_Mix
    select case(opcaoF)
        case(0) !Experimental
            obj%Fracao_Liq_Pis = ent%Fracao_Liq_Pis
        case(1) !DH
            obj%Fracao_Liq_Pis = ent%Fracao_Liq_Pis
        case(2) !NAG
            obj%Fracao_Liq_Pis = ent%Fracao_Liq_Pis
        case(3) !KS
            obj%Fracao_Liq_Pis = ent%Fracao_Liq_Pis
        case(4) !TB
            ff=0.001375*(1.+(2.*10.**4.*ent%Rugosidade/(ent%Per_Cond/ent%Area_Cond)+10.**6./ent%Re_Mix)**(1./3.))
            obj%Fracao_Liq_Pis = 1-0.058 * (2 * (0.4 * ent%Tensao_Sup / (ent%g*(ent%Dens_Liq - ent%Dens_Gas)))*(0.5) * (4.*ff*ent%Vel_Mix/ent%R)**(2./5.) * (ent%Dens_Liq/ent%Tensao_Sup) ** (3./5.) -0.725) **2.
        case(5) !FN
            obj%Fracao_Liq_Pis = ent%Fracao_Liq_Pis
    end select

    ent%Re_Mix = 2*ent%R*ent%Vel_Mix
    *(ent%Dens_Liq*obj%Fracao_Liq_Pis + ent%Dens_Gas*(1-obj%Fracao_Liq_Pis))/(ent%Vis_Abs_Liq*obj%Fracao_Liq_Pis + ent%Vis_Abs_Gas*(1-obj%Fracao_Liq_Pis))
enddo

ent%Froude= ent%Vel_Mix**2/(ent%g*2*ent%R)

!
    Para as velocidades
    select case(opcaoC)
        case(0) !Experimental
            Parametro_Velocidade = ent%Parametro_Vel
        case(1) !DH
            Parametro_Velocidade =
(0.021*DLog(ent%Re_Mix) + 0.022)+1
!
            Parametro_Velocidade = ent%Parametro_Vel
        case(2) !NAG
            Parametro_Velocidade = ent%Parametro_Vel
        case(3) !KS
            Parametro_Velocidade = ent%Parametro_Vel
        case(4) !TB
            if(ent%Re_Mix.lt.3000)then
                Parametro_Velocidade = 2.
            else
                Parametro_Velocidade = 1.2
            endif
        case(5) !FN
            if(DSQRT(ent%Froude).lt.3.5)then
                Parametro_Velocidade=1.
            else
                Parametro_Velocidade=1.2
            end if
    end select
!
    Para as velocidades de deslizamento
    select case(opcaoD)
        case(0) !Experimental
            Drift = 0.
        case(1) !DH
            Drift = 0.
        case(2) !NAG
            Drift = 0.
        case(3) !KS
            Drift = 0.345*(ent%g*2. *ent%R *(ent%Dens_Liq-ent%Dens_Gas) / ent%Dens_Liq **5.
        case(4) !TB
            Drift = 0.35*DSQRT(ent%g*2 *ent%R)*DSIN(ent%Declividade) + .54 * DSQRT(ent%g*2*ent%R)*DCOS(ent%Declividade)
        case(5) !FN
            if(DSQRT(ent%Froude).lt.3.5)then
                Drift=(0.542-(1.76/((ent%Dens_Liq-ent%Dens_Gas) *ent%g*4.*ent%R**2 /ent%Tensao_Sup)**0.56)) * DSQRT(ent%g*2.*ent%R)
            else
                Drift = 0.
            end if
    end select

    select case(opcaoC)
        case(0) !Experimental
            Parametro_Vel_Bol = ent%Parametro_Bol
            Drift_Bol = 0.
        case(1) !DH
            Parametro_Vel_Bol = 0
            Drift_Bol = 0.
        case(2) !NAG
            Parametro_Vel_Bol = 0.
            Drift_Bol = 0.
        case(3) !KS
            Parametro_Vel_Bol = 0.
            Drift_Bol = 0.
        case(4) !TB
            Parametro_Vel_Bol = 1.
            Drift_Bol = 1.54*(ent%Tensao_Sup*ent%g * (ent%Dens_Liq-ent%Dens_Gas) /ent%Dens_Liq**2)**(1./4.) *DSIN(ent%declividade)
        case(5) !FN
            Parametro_Vel_Bol = 0.
            Drift_Bol = 0.
    end select

    ent%Vel_Des= Drift
    ent%Vel_Trans =
    Parametro_Velocidade*ent%Vel_Mix +Drift
    ent%Vel_Rel= (ent%Vel_Trans-ent%Vel_Mix) *
obj%Fracao_Liq_Pis
    ent%Vel_Bol_Pis = Parametro_Vel_Bol *
ent%Vel_Mix + Drift_Bol

```

```

ent%Vel_Liq_Pis = (ent%Vel_Mix -
ent%Vel_Bol_Pis*(1-obj%Fracao_Liq_Pis)) /
obj%Fracao_Liq_Pis

!Atencao!!
!Velocidade do Slug
! A Velocidade do Pistao soh pode ser determinado
se os comprimentos da
! comprimento do pistao e do filme forem
conhecidos...
! No caso de pistao nao aerado, a velocidade do
pistao eh igual ao da mistura

! Para a fração de equilibrio
select case(modelo)
case(1) !DH
ent%Altura_Equ=0.1
case(2) !NAG
ent%Altura_Equ=Altura(AnguloF(ent%Fracao_Liq
_Pis*(1.-ent%Vel_Mix/ent%Vel_Trans),ent%Tol))
case(3) !KS
ent%Altura_Equ=Altura(AnguloF(ent%Fracao_Liq
_Pis*(1.-ent%Vel_Mix/ent%Vel_Trans),ent%Tol))
case(4) !TB
Raiz1 = 1.0
Raiz2 = 0.0
obj%Altura_Fil=(Raiz1+Raiz2)/2
Numerador=1.
do while(dabs(Numerador).GT.ent%Tol)
obj%Altura_Fil = ( Raiz1 + Raiz2 ) / 2.
!Geométricos
Call Geometrico(ent,obj,obj%Altura_Fil)
!Velocidades
Call Velocidades(ent,obj)
!Coeficientes de Atrito
call Coeficiente_Atrito(ent,obj,modelo)
Numerador = Funcao(ent,obj,14)
if ( Numerador.GT.0 ) then
Raiz1 = obj%Altura_Fil
else
Raiz2 = obj%Altura_Fil
endif
enddo
ent%Altura_Equ=obj%Altura_Fil
case(5) !FN
ent%Fracao_Equ=ent%Vel_Rel/ent%Vel_Trans*(1
.+1.7*(ent%Vel_Rel/ent%Vel_Trans+0.5)*(ent%Dens_Gas**
3.*ent%Vis_Abs_Gas/(ent%Dens_Liq**3.*ent%Vis_Abs_Liq
))**(1./7.))
ent%Altura_Equ=Altura(AnguloF(ent%Fracao_Eq
u,ent%Tol))
end select

End Subroutine Inicia_Modelo

!-----
!...!Fatores de Atritos
!-----
Subroutine Coeficiente_Atrito(ent,obj,opcao)
type(entrada), intent(in)::ent !Parametros de entrada, não
variáveis e constantes
type(dados),intent(inout):: obj ! Variáveis que devem ser
calculadas a cada iteração
integer, intent(in):: opcao
Real*8 Re_Liq, Re_Gas
!(reynolds por taitel e barnea)
select case(opcao)
case(1) ! Para Dukler & Hubbard
obj%Fator_Atrito_Liq =
0.0014+.125/(ent%Re_Mix**.32)
obj%Fator_Atrito_Gas = 0.
obj%Fator_Atrito_Int = 0.
case(2) !Para Nicholson Aziz Gregory

```

```

Re_Liq
=ent%Dens_Liq*obj%Vel_Fil*obj%Diametro_Hidr_Liq/ent%
Vis_Abs_Liq
if(ent%re_mix.lt.2000) then
obj%Fator_Atrito_Liq = 16./Re_Liq
else
if(ent%re_mix.lt.5000)then
if(ent%R.lt.3.8)then
obj%Fator_Atrito_Liq = 4.51*10**(-5.)*Re_Liq**(0.631)
else
obj%Fator_Atrito_Liq = 1.11*10**(-4.)*Re_Liq**(0.563)
endif
else
if(ent%R.lt.3.8)then
obj%Fator_Atrito_Liq = .059/Re_Liq**(0.215)
else
obj%Fator_Atrito_Liq = .068/Re_Liq**(0.239)
endif
endif
obj%Fator_Atrito_Gas = 0.
obj%Fator_Atrito_Int = 0.

case(3) !Para Kokal e Stanislav
if(ent%Rugosidade.lt.1e-4)then
rug=2.*ent%R*1e-5
else
rug=ent%Rugosidade
endif
Re_Liq=DABS(ent%Dens_Liq*obj%Vel_Fil*obj
%Diametro_Hidr_Liq/ent%Vis_Abs_Liq).
Re_Gas=DABS(ent%Dens_Gas*obj%Vel_Gas*obj
%Diametro_Hidr_Gas/ent%Vis_Abs_Gas) .
aux=10.
obj%Fator_Atrito_Liq = 1./4./(-2.*DLOG(rug
/3.7065/2./ent%R - 5.0452/ent%Re_Mix * DLOG(1./28257
*(rug/2./ent%R)**1.1098+ 5.8506/ent%Re_Mix**0.8981)/
DLOG(aux) )/DLOG(aux))**2.
obj%Fator_Atrito_Gas = 0.
obj%Fator_Atrito_Int = 1.3*ent%Re_Mix**(-0.57)

case(4) !Para Taitel e Barnea
Re_Liq
=ent%Dens_Liq*obj%Vel_Fil*obj%Diametro_Hidr_Liq/ent%
Vis_Abs_Liq
Re_Gas
=ent%Dens_Gas*obj%Vel_Gas*obj%Diametro_Hidr_Gas/ent
%Vis_Abs_Gas
obj%Fator_Atrito_Liq = 0.001375*( 1. +
(2e4*ent%Rugosidade/obj%Diametro_Hidr_Liq
+
1e6/DABS(Re_Liq))**(1./3.))
obj%Fator_Atrito_Gas = 0.001375*( 1. +
(2e4*ent%Rugosidade/obj%Diametro_Hidr_Gas
+
1e6/DABS(Re_Gas))**(1./3.))
obj%Fator_Atrito_Int = 0.0142

case(5) !Para Fagundes Netto
Re_Liq
=ent%Vel_Mix*2.*ent%R*ent%Dens_Liq/ent%Vis_Abs_Liq
*(obj%Fracao_Liq_Fil*ent%Per_Cond/obj%Per_Liq)
Re_Gas
=ent%Vel_Trans*2.*ent%R*ent%Dens_Gas/ent%Vis_Abs_G
as*(1-
obj%Fracao_Liq_Fil)*ent%Per_Cond/(obj%Per_Gas+obj%Pe
r_Int)
obj%Fator_Atrito_Liq = 0.079/Re_Liq**0.25
obj%Fator_Atrito_Gas = 0.079/Re_Gas**(0.25)
obj%Fator_Atrito_Int = 0.079/Re_Gas**(0.25)

case(10) !Para Escoamento Laminar
obj%Fator_Atrito_Liq = 16./Re_Mix
obj%Fator_Atrito_Gas = 16./Re_Mix
obj%Fator_Atrito_Int = 16./Re_Mix
end select

```

```

end Subroutine Coeficiente_Atrito
!-----
!...Equações dos autores
!-----
Real*8 Function Funcao(ent,obj,opcao)
! resultado é a derivada DHf/Dxf
type(entrada) , intent(in):: ent
! Parametros de entrada, não variáveis e constantes
type(dados) , intent(in):: obj
! Variáveis que devem ser calculadas a cada iteração
integer , intent(in):: opcao
! Tipo de resposta de retorno
Real*8 numerador, denominador,k,Tensao_Liq
Real*8 Tensao_Gas,Tensao_Int,Dr_Dh
integer i

obj%TT=0
Dr_Dh=2./ent%PI/ent%R*DSQRT(1.-(obj%Altura_Fil*2.-
1.))**2.)

if(Termo(1)) then !Termo TL
Tensao_Liq=obj%Fator_Atrito_Liq*ent%Dens_Liq
*DABS(obj%Vel_Fil)*obj%Vel_Fil/2.
obj%TT(1)= Tensao_Liq * obj%Per_Liq / obj%Area_Liq
endif

if(Termo(2)) then !Termo TI
Tensao_Int=obj%Fator_Atrito_Int*ent%Dens_Gas*DABS(obj
%Vel_Gas-obj%Vel_Fil)*(obj%Vel_Gas-obj%Vel_Fil)/2.
obj%TT(2)= Tensao_Int * obj%Per_Int * (1./obj%Area_Liq
+ 1./obj%Area_Gas)
endif

if(Termo(3)) then !Termo TG
Tensao_Gas=obj%Fator_Atrito_Gas*ent%Dens_Gas*DABS(
obj%Vel_Gas)*obj%Vel_Gas/2.
obj%TT(3)= Tensao_Gas * obj%Per_Gas / obj%Area_Gas
endif

if(Termo(4)) then !Termo GL
obj%TT(4) = ent%Dens_Liq * ent%g *
DSIN(ent%declividade)
endif

if(Termo(5)) then !Termo GG
obj%TT(5) = ent%Dens_Gas * ent%g *
DSIN(ent%declividade)
endif

if(Termo(6)) then !Termo IL
obj%TT(6) = ent%Dens_Liq / obj%Fracao_Liq_Fil *
obj%Vel_Rel_Liq * DABS(obj%Vel_Rel_Liq) * Dr_Dh
endif

if(Termo(7)) then !Termo IG
obj%TT(7) = ent%Dens_Gas / (1.-obj%Fracao_Liq_Fil) *
obj%Vel_Rel_Gas * DABS(obj%Vel_Rel_Gas) * Dr_Dh
endif

if(Termo(8)) then !Termo HL
obj%TT(8) = ent%g * ent%R*2. * ent%PI * ent%Dens_Liq /
4. / DSIN(obj%teta/2.) * Dr_Dh * DCOS(ent%declividade)
endif

if(Termo(9)) then !Termo HG
obj%TT(9) = ent%g * ent%R*2. * ent%PI * ent%Dens_Gas /
4. / DSIN(obj%teta/2.) * Dr_Dh * DCOS(ent%declividade)
endif

if(Termo(10)) then !Termos de Fagundes Netto
k=ent%Per_Cond/4./obj%Per_Int*ent%g*2.*ent%R/(ent%Vel
_Rel)**2.

```

```

obj%TT(10) = -(obj%Fator_Atrito_Liq*
(obj%Fracao_Liq_Fil+0.5) * (obj%Fracao_Liq_Fil-
ent%Fracao_Equ) **2.)
obj%TT(11) = (ent%Fracao_Equ**2.*(1.-k*
obj%Fracao_Liq_Fil**3.)*Dr_dh)*(2.*ent%R)
endif

```

! Para retorno da função ou da condição de equilíbrio:

```

if(opcao.lt.10)then
Funcao = (obj%TT(1)-obj%TT(2)-obj%TT(3)+obj%TT(4)-
obj%TT(5)+ obj%TT(10)) / (-obj%TT(6)-
obj%TT(7)+obj%TT(8)-obj%TT(9)+obj%TT(11))
else
Funcao = (obj%TT(1)-obj%TT(2)-obj%TT(3)+obj%TT(4)-
obj%TT(5)+ obj%TT(10))
endif

```

End Function Funcao

```

!-----
!...Funcao principal!!
!-----

```

```

Function Perfil(arq,ent,obj,modelo)
Type(arquivos), intent(in)::arq
type(entrada), intent(inout)::ent !Parametros de entrada,
não variáveis e constantes
type(dados),intent(inout):: obj ! Variáveis que devem ser
calculadas a cada iteração
integer, intent(in):: modelo
Real*8 Dhf_Dxf,Raiz1,Raiz2,Numerador
Real*8 Perfil,Comp_Aux, Altura_Aux,ff
Real*8 Diametro_Hidraulico,Reynolds
integer tipo_Drift, tipo_Fator_Atrito
!Configuração da modelagem
!Opções
! 0 - Experimental
! 1 - Dukler & Hubbard
! 2 - Nicholson, Aziz & Gregory
! 3 - Kokal & Stanislav
! 4 - Taitel & Barnea
! 5 - Fagundes Netto
! 10 - Coeficientes para escoamento Laminar
! modelo- Depende do modelo
!tipo_C Para o parametro C (0=dado de entrada,
modelo=analítico pertinente a cada modelo)
!tipo_Drift Para o Drift
!tipo_RS Para a Fração de Líquido no Pistão
tipo_C = modelo
tipo_Drift = modelo
tipo_RS = modelo

```

```

Call Inicia_Modelo(ent,obj,tipo_Drift)
!tipo_atrito para o fator de atrito
if(ent%Re_Mix.lt.2000)then
tipo_Fator_Atrito = 10
else
tipo_Fator_Atrito =modelo
endif

Perfil=0.
Altura_Aux=0.
Comp_Aux=1.
open(modelo,file=Arq%Autor(modelo))

write(modelo,*)"0.000000000000 1.000000000000"

```

!...A modelagem começa aqui!!

```

do while(obj%Comprimento.lt.ent%Comp_Fil)
!Ajustando para calculo da derivada...
if(obj%Altura_Fil.gt.ent%Altura_Equ)then
obj%Altura_Fil=obj%Altura_Fil - ent%Delta
else
obj%Comprimento=ent%Comp_Fil

```



```

        endif
!Geométricos
    Call Geometrico(ent,obj,obj%Altura_Fil)
!Velocidades
    Call Velocidades(ent,obj)
    if(obj%Vel_Fil.lt.0.)then
        write(*,*)"Velocidade do Filme negativa!!"
    endif
!Fatores de Atrito
    call Coeficiente_Atrito(ent,obj,tipo_Fator_Atrito)
!Derivada
    Dhf_Dxf =Funcao(ent,obj,modelo)
    if(Dhf_Dxf.lt.0.)then
        obj%Comprimento=obj%Comprimento -
(ent%delta) / Dhf_Dxf
        write(modelo,100) obj%Comprimento,obj%Altura_Fil
        Perfil=Perfil+(obj%Altura_Fil+Altura_Aux)/2.*(obj%Compri
mento-Comp_Aux)
        Comp_Aux=obj%Comprimento
        Altura_Aux=obj%Altura_Fil
    endif
end do

    if(obj%Comprimento.lt.ent%Comp_Fil)then
        write(modelo,100) ent%Comp_Fil,obj%Altura_Fil
    endif

    Perfil=Perfil/obj%Comprimento

!Controle de final de arquivo
    obj%Comprimento=9876543210.
    write(modelo,100)obj%Comprimento,obj%Comprimento
    close(modelo)

!Formatacoes
100 format(20Es20.10)

End Function Perfil

End module Solve_Filme

```